



# Capítulo 9

## Acciones, bonos y obligaciones

### Contenido del capítulo

9.1 Introducción . . . . .	426
9.2 Bonos y obligaciones . . . . .	428
9.3 Transferencia de bonos y obligaciones . . . . .	432
9.4 Prima y descuento. . . . .	439
9.5 Valor contable. . . . .	446
9.6 Precio entre fechas de cupón . . . . .	454
9.7 Obtención de la tasa de rendimiento . . . . .	464
9.8 Acciones y otros títulos de inversión . . . . .	475

En este capítulo se presentan los elementos para comprender cómo se realizan las operaciones de compraventa, y cómo se evalúan los rendimientos y las utilidades de algunos valores y títulos que se negocian en la Bolsa Mexicana de Valores y en otras instituciones financieras. También se orienta al inversionista y al profesional de las finanzas para que tomen la mejor decisión en el momento de realizar sus proyectos de inversión.

Esta interesante rama de las matemáticas financieras se ha dividido en dos partes, que se complementan. En la primera, se estudian los bonos y las obligaciones; en la segunda, las acciones y otros títulos. Primero, se presenta la metodología para calcular las utilidades, las tasas de interés y de rendimiento anual, el valor de emisión, de redención y de compraventa de estos títulos de inversión y, después, se estudian las acciones, haciendo énfasis en la manera en que se obtienen los rendimientos efectivos anuales y mensuales.



## 9.1 Introducción

Es común que las empresas, públicas o privadas, necesiten grandes capitales para financiar sus proyectos, de tal manera que les sería prácticamente imposible conseguirlos de un solo inversionista, como en los ejemplos que hasta ahora se han considerado en esta obra. Se logra la participación de varios inversionistas con la emisión de títulos de crédito que se conocen como *bonos* y *obligaciones*, los cuales son adquiridos por personas físicas o morales, quienes se convierten en prestamistas del organismo emisor.

Es común que al conseguir un préstamo en tales condiciones, la empresa emisora se comprometa a pagar a quienes le prestaron, es decir, a los inversionistas, una cantidad fija y periódica por concepto de intereses, mediante los cupones adjuntos a los bonos y las obligaciones. Asimismo, la emisora se obliga a reintegrarles el valor del título de crédito en su fecha de redención o vencimiento.

Otra manera como las empresas o sociedades mercantiles consiguen dinero ajeno es por medio de las *acciones*, en cuyo caso los inversionistas, es decir, los accionistas, se convierten en copropietarios de la empresa y los beneficios que obtienen, los cuales se llaman *dividendos*, se originan con base en las ganancias, o pérdidas, que la empresa declara para un cierto tiempo.

Las transacciones y operaciones de compraventa de estos títulos de inversión se realizan principalmente en la sección de remates de las bolsas de valores y en los bancos. La variedad de alternativas de inversión es muy amplia y generalmente el inversionista requiere del auxilio de personal capacitado, es decir, de los *agentes de bolsa*, profesionales que le ayudan a tomar la mejor decisión a la hora de invertir su dinero.

Es importante señalar que el mercado de valores está conformado por el *mercado de dinero* y el *mercado de capitales*. En el mercado de dinero se emiten y comercializan instrumentos de crédito a corto plazo, con alta liquidez y bajo riesgo, por lo general, *valores de renta fija*, es decir, que ofrecen rendimientos o ganancias que se conocen de antemano.

En cambio, en el mercado de capitales, generalmente se emiten y negocian valores a largo plazo de baja liquidez y de más alto riesgo, los cuales pueden ser de renta fija o variable.

A continuación se analizan algunos instrumentos del mercado de dinero en México.

### Certificados de la Tesorería de la Federación (Cetes)

El valor nominal de los *Cetes* es de \$10; fueron creados en 1977 para financiar la inversión productiva del gobierno federal —lo que propició un sano desarrollo del mercado de valores— y para regular tanto el circulante del país como las tasas de interés que se utilizan en casi todo tipo de inversiones.

Los *Cetes* son colocados con descuento mediante subasta pública en la que el Banco de México actúa como agente exclusivo, y son adquiridos por las casas de bolsa y los bancos, que los comercializan y ofrecen al inversionista.

El plazo de redención de los *Cetes* varía de acuerdo con las necesidades del Banco de México, pero generalmente sus plazos son de 28, 91, 182, 364 y 728 días. Son de bursatilidad alta y muy bajo riesgo, ya que son emitidos por el gobierno federal.

### Pagaré bancario

Los *pagarés bancarios* son instrumentos que suscriben las instituciones de crédito, con rendimientos liquidables al vencimiento; se colocan mediante oferta pública o privada, y cuentan con la garantía del patrimonio de la empresa emisora.

Tienen alta bursatilidad y su plazo de vencimiento es determinado por la emisora.

## Aceptaciones bancarias

Las *aceptaciones bancarias* son letras de cambio de bursatilidad media con valor nominal de \$100 o sus múltiplos, son emitidas por las empresas a su propia orden, y aceptadas por alguna institución de banca múltiple con créditos que conceden a la emisora.

Se colocan mediante oferta pública, a través de las casas de bolsa, u oferta privada, por medio de las instituciones bancarias. Cuentan también con la garantía del patrimonio del organismo emisor.

## Bonos ajustables del gobierno federal o ajustabonos

Los *ajustabonos* son títulos de crédito en los cuales se consigna el compromiso, del gobierno federal, de pagar el valor al vencimiento. Su valor nominal es de \$100 y se ajusta cada quincena en relación con el Índice Nacional de Precios al Consumidor.

Se colocan en el mercado con plazos mayores a un año, de 3 a 5 años en la actualidad, y cuentan con un nivel medio de bursatilidad.

## Bonos de Desarrollo del gobierno federal (Bondes)

Los *Bondes* son títulos de crédito con valor nominal de \$100, vencimiento a 1 y 2 años, y pagan intereses cada 28 días. Se colocan mediante subasta del Banco de México y son adquiridos por los bancos y las casas de bolsa, para después venderlos al público inversionista. Su riesgo es bajo y su bursatilidad alta, porque son respaldados por el gobierno federal.

## Certificados de participación ordinarios (Cpos)

Los *Cpos* son emitidos por una institución de crédito con cargo a un fideicomiso, cuyo patrimonio está constituido por bienes que le son aportados.

La emisora está obligada sólo hasta por el monto del patrimonio fideicomitivo.

Su denominación es de \$100 y múltiplos, son colocados con plazos de 3 a 8 años y pagan intereses en plazos de 28 o 91 días, los cuales se determinan tomando como base la tasa mayor de entre Cetes, pagarés de ventanilla o la TIIE.

Son de bursatilidad baja, pero aumenta cuando están avalados por el gobierno estatal o el federal.

## Bonos de la Tesorería de la Federación (Tesobonos)

Los *Tesobonos* son títulos que se cotizan en dólares estadounidenses. Aunque su rendimiento se considera fijo, porque se obtienen con descuento, su valor en el mercado es variable, porque depende del tipo de cambio peso-dólar, por lo que quien los adquiere deberá hacer proyecciones sobre los posibles valores a futuro del tipo de cambio.

Su valor nominal es de US\$1,000, se emiten a corto plazo, pudiendo liquidarse de un día para otro, y no representan alto riesgo, porque son emitidos por el gobierno federal.

## Papel comercial

El *papel comercial* es un pagaré por el cual el emisor se compromete a pagar una cantidad de dinero en la fecha de vencimiento. Su riesgo es valuado por una empresa calificadora de valores, basándose en la capacidad de pago y liquidez de la emisora, así como en la garantía del aval que respalde la emisión.

Su denominación es de \$100 y sus múltiplos, su plazo es menor de 365 días y son autorizados por la Comisión Nacional Bancaria y de Valores, que fija un monto máximo de colocación en el mercado.

## Bonos bancarios

Estos títulos se emiten a largo plazo por instituciones crediticias y generalmente se colocan en el mercado primario a través de subastas en las que participan las casas de bolsa y otras instituciones. Tienen alta bursatilidad y generan *ganancias de capital* mediante el diferencial entre el valor de adquisición y el de redención si se adquieren con descuento; además, pagan intereses en cupones que vencen cada 28 días. Estos intereses se fijan de acuerdo con la tasa que pagan los Cetes, los pagarés de ventanilla, la tasa de interés interbancaria de equilibrio, TIE, o la tasa de interés interbancaria promedio, TIIP.

Pueden mencionarse, además, los certificados de participación en plata (Ceplatas), los petrobonos y los udibonos.

Los *certificados de participación en plata* (Ceplatas) son respaldados por un fideicomiso de la plata.

Los *petrobonos* son respaldados por el petróleo nacional.

Los *udibonos* se cotizan en unidades de inversión, UDIS, y buena cantidad de acciones que corresponden al mercado de capitales; convierten al inversionista en propietario y socio de inversión del organismo emisor, que en este caso son las grandes compañías comerciales, industriales y de servicio.



## 9.2 Bonos y obligaciones

Los bonos y las obligaciones pueden ser *registrados* o *nominativos*, si tienen el nombre del propietario, o pueden ser *al portador* o *no registrados*, cuando no lo tienen.

Evidentemente, los segundos son más comerciales y más fácilmente negociables.

Cabe señalar que la diferencia fundamental entre bono y obligación es que los bonos son emitidos por el gobierno o por alguna de sus dependencias, mientras que las obligaciones son emitidas por una empresa privada.

El calificativo de los bonos depende principalmente del propósito para el que fueron creados, mientras que las obligaciones se clasifican como: *indizadas*, *convertibles* o *subordinadas*; pero, básicamente, de acuerdo con el respaldo que tienen, pueden ser:

*Hipotecarias*. Cuando están garantizadas mediante una hipoteca sobre los bienes que son propiedad de la emisora.

*Fiduciarias*. Cuando están garantizadas con un fideicomiso.

*Quirografarias*. Si la garantía se fundamenta en el prestigio y la solvencia del organismo emisor.

Los elementos esenciales de una obligación o bono son:

### Fechas

*Fecha de emisión*. El día cuando la empresa pública o la privada emite los títulos, colocándolos en el mercado de valores.

*Fecha de redención*. Aquella en la que el organismo emisor se compromete a reembolsar el capital que le prestaron los inversionistas.

*Fecha de compraventa*. Es el día cuando los títulos, las obligaciones o los bonos son transferidos a un tercero.

### Valores

*Valor nominal o denominación*. Es el valor consignado en el documento, generalmente es de \$100 o sus múltiplos, aunque en este libro se han considerado otros valores sólo para hacer los ejemplos más didácticos e ilustrativos.

**Valor de redención.** Es el que el organismo emisor devuelve al inversionista o al tenedor del título en la fecha de redención. Este valor puede ser:

- Igual al valor nominal, al de emisión, en cuyo caso el título *se redime a la par*.
- Mayor que el valor nominal; en este caso el título *se redime con premio o con prima*.
- Menor que la denominación, en cuyo caso se dice que el título *se redime con descuento*.

El premio o descuento con el que *se redime*, o se emite, una obligación o un bono se determina de la forma siguiente:

Cuando se dice que un bono *se redime a 105*, significa que el valor de redención es 5% mayor que el de emisión, es decir, hay un premio o prima del 5% sobre el valor nominal.

En cambio, si un bono o una obligación *se redimen a 93*, entonces el valor de redención es igual al 93% del valor de emisión, es decir, hay 7% de descuento con respecto al valor nominal.

**Valor de compraventa o precio de mercado.** Éste se localiza entre el valor de emisión y el de redención; es el que paga un inversionista que adquiere obligaciones o bonos.

También la compraventa puede realizarse *con prima*, si se transfiere a un precio mayor que el de redención, *con descuento*, si se negocia a menor precio que el de redención y *a la par*, si el valor de compraventa es igual al de redención.

### Ejemplo 1

#### Compra de una obligación con descuento

Se dice que una obligación con valor nominal de \$80 que se redime a la par se “compra a 92”, cuando el valor de compraventa es el 92% de su valor de redención, es decir, se compró en

$$0.92(80) = \$73.60$$

### Ejemplo 2

#### Compra de un bono con descuento

Un bono con valor nominal de \$100 se redime a 110. ¿En cuánto se negocia si *se compra a 95*, es decir, con descuento del 5%?

El valor de redención  $M$  es 10% mayor que su valor nominal  $N$  y el valor de compraventa  $C$  es 5% menor que el valor de redención, es decir:

$$M = 1.10(N)$$

$$M = 1.10(100)$$

$$M = \$110.00$$

y

$$C = 0.95(M) = 0.95(110)$$

$$C = 0.95(110)$$

o bien,

$$C = \$104.50$$

## Partes

El propio documento, *obligación* o *bono*, que generalmente está acompañado de:

*Cupones*. Con los cuales el emisor paga los intereses al inversionista; estos cupones pueden ser desprendibles del documento, impresos con fecha seriada, y pueden hacerse efectivos en un banco al final de cada periodo.

Algunas veces no hay cupones, porque los intereses no se pagan en forma periódica, sino hasta el final en la fecha de redención. Los Bonos del Ahorro Nacional de México son un claro ejemplo de tal situación. También es cierto que con los recursos electrónicos actuales, los cupones no son físicamente desprendibles, claro.

## Rendimientos y tasas

Los bonos y obligaciones ofrecen dos clases de beneficio para el inversionista que los adquiere: los *intereses* y las *ganancias de capital*.

Los *intereses* que paga la emisora con una tasa de interés  $r$ , a través de los cupones adjuntos al propio título, y de manera periódica durante el plazo, es decir, desde la fecha de emisión hasta la de redención.

Las *ganancias de capital* son las utilidades que obtiene el inversionista por haber prestado su dinero al organismo emisor, y equivalen a la diferencia entre el capital que invierte y los montos que recibe después de la compra. Están determinadas por una tasa de rendimiento anual  $i$  capitalizable en  $p$  periodos por año, donde  $p$  es el número de cupones por año.

En los bonos, obligaciones y otros títulos de inversión, generalmente se indica:

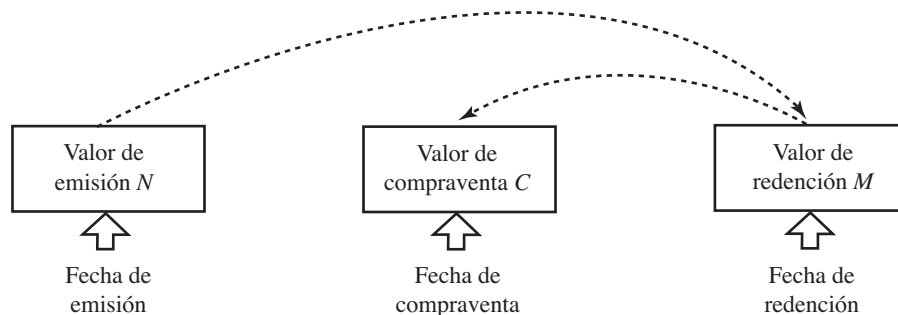
- El nombre o razón social del organismo emisor.
- Las fechas de redención y de pago periódico de intereses, es decir, las fechas en las que vencen los cupones.
- El valor nominal, y en caso de ser *registrado* o *nominal*, el nombre del propietario.
- La tasa de interés  $r$  que paga la emisora y el total de bonos emitidos.

Además, algunas cláusulas adicionales como las que estipulan las condiciones para redimir el título anticipadamente.

En los cupones se indica:

- El nombre de la empresa emisora.
- El valor de cada cupón, es decir, los intereses con letra y número.
- La emisión del bono o la obligación a la que corresponden y la fecha en la que deben hacerse efectivos.
- El número del cupón y el número de la obligación o del bono al que corresponde.

Para concluir, es importante señalar que los tres valores y las fechas de una obligación o un bono, se ubican en el tiempo, como se aprecia en la figura 9.1, donde la fecha de emisión y de compraventa pueden coincidir.



**Figura 9.1**

## Ejercicios 9.2

1. ¿Cuál es el propósito de una empresa al emitir bonos y obligaciones?
2. ¿Cuál es la diferencia principal entre los bonos y las obligaciones?
3. De acuerdo con su garantía de pago o respaldo, ¿cómo se clasifican las obligaciones?
4. ¿De acuerdo con qué criterios se clasifican los bonos?
5. ¿Cómo es un bono registrado?
6. ¿Qué características tienen las obligaciones quirografarias?
7. Liste los elementos esenciales de una obligación o un bono, y descríbalos brevemente.
8. ¿Qué datos importantes se indican en los bonos y las obligaciones?
9. ¿Qué es un cupón y qué información contiene?
10. ¿Qué significa que una obligación “se redima a 108”?
11. ¿Qué significa que un bono o una obligación “se rediman a 95”?
12. ¿Qué quiere decir que una obligación “se redima con descuento”?
13. ¿Qué significado tiene que un bono “se redima con prima”?
14. ¿Qué significa que un bono se compre con descuento?
15. ¿Qué significado tiene que una obligación se adquiera con premio?
16. ¿Qué diferencia hay entre *intereses* y *ganancias de capital*?
17. ¿Cómo se utilizan las tasas  $r$  e  $i$  en el comercio de bonos y obligaciones?
18. ¿Qué significa que una obligación “se compra a 92”?
19. ¿En cuánto se negocia un bono con valor nominal de \$100 si se compra a 110 y se redime a la par?
20. ¿Cuánto paga un inversionista por un bono con valor nominal de \$200, se redime a 115 y lo compra a 90 con descuento?
21. ¿Cuánto se paga por un bono de \$60 si se compra con prima a 110 y se redime con descuento a 98?
22. Si una obligación se redime a 108 y su valor nominal es de \$200, ¿cuánto pagará la emisora al inversionista al vencer el plazo?
23. ¿Cuánto paga la emisora al redimirse un bono con valor nominal de \$100 si se redime a 120?
24. ¿Cuánto pagará la emisora al final del plazo por una obligación con valor nominal de \$120, si se redime a 98?
25. ¿Cuál es el valor de redención de un bono con valor nominal de \$300 si se redime a 103?
26. ¿Cuál es el valor de compraventa de una obligación que se redime a 112, con valor nominal de \$300 y se compra a 92?
27. ¿En cuánto se transfiere un bono que se redime a 97, tiene valor nominal de \$100 y se compra a 105?



### 9.3 Transferencia de bonos y obligaciones

El beneficio que obtiene un inversionista al comprar bonos y obligaciones depende básicamente de dos tasas: la *tasa de interés nominal*,  $r$ , que es determinada y pagada por el organismo emisor, y la *tasa de rendimiento*,  $i$ , para las ganancias de capital, es decir, las utilidades que logra el inversionista.

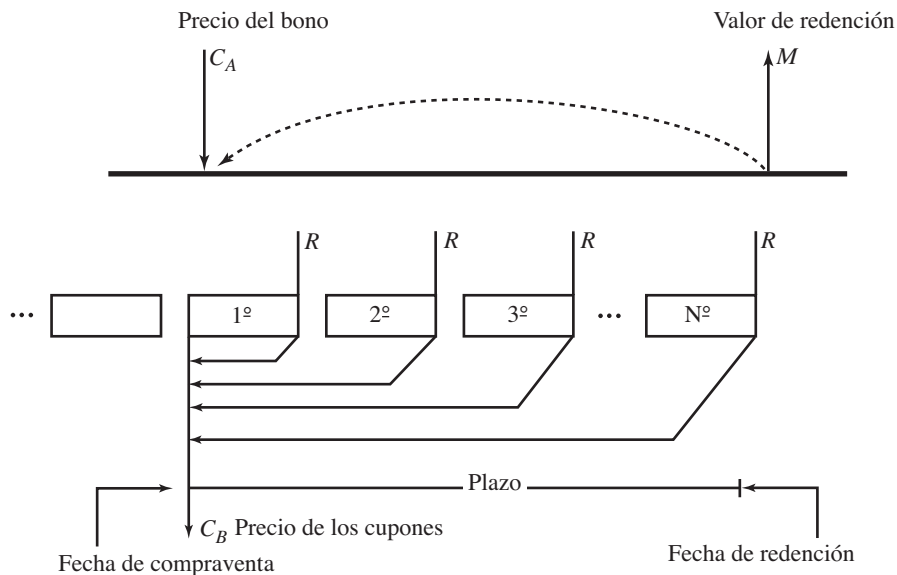
Es evidente que el beneficio depende también de factores como el plazo o tiempo que falta para la redención del documento, la periodicidad del pago de intereses a través de los cupones y el valor de redención, entre otros.

Esta clase de títulos de inversión se negocian con la participación y el auxilio de personal especializado, asesores financieros o agentes de bolsa, en operaciones que se realizan:

- En *una fecha de cupón*, es decir, el día cuando la emisora paga los intereses, o sea, la fecha de vencimiento de cada uno de los cupones.
- *Entre fechas de cupón*, o sea, cualquier día distinto a las fechas de cupón.

En el primer caso, cuando la compraventa se realiza en la fecha de vencimiento de cualquier cupón, el precio se determina sumando dos capitales,  $C_A$  y  $C_B$ , que corresponden, respectivamente, al valor presente del valor de redención  $M$  del bono o de la obligación, y el valor presente de la serie de cupones que se cobrarán después de la transferencia, sin incluir el que vence el día de la compraventa, porque se supone que el vendedor ya lo cobró.

El diagrama de tiempos de la figura 9.2 puede ayudar a visualizar esta situación,  $R$  es la renta o valor de cada cupón, es decir, el monto de los intereses que paga la emisora.



**Figura 9.2**

El precio de la obligación o del bono,  $C_A$ , es el valor presente del valor de redención  $M$  y se obtiene con la fórmula del interés compuesto.

$$M = C \left( 1 + \frac{i}{p} \right)^{np}$$

de donde:

$$C = M \left( 1 + \frac{i}{p} \right)^{-np}$$

El otro capital,  $C_B$ , es el valor presente de  $np$  rentas  $R$ , el valor de cada cupón, y se evalúa con la fórmula del teorema 5.2, para anualidades ordinarias, es decir:

$$C_B = R \left[ \frac{1 - \left(1 + \frac{i}{p}\right)^{-np}}{\frac{i}{p}} \right]$$

En consecuencia, el *precio de mercado*, es decir, lo que se paga por el título y sus cupones estará dado por la fórmula del siguiente teorema.

### Teorema 9.1

El *precio de mercado* de una obligación o un bono  $np$  periodos antes de su redención, incluyendo los cupones, es:

$$C = M \left(1 + \frac{i}{p}\right)^{-np} + R \left[ \frac{1 - \left(1 + \frac{i}{p}\right)^{-np}}{\frac{i}{p}} \right]$$

donde:

$M$  es el valor de redención

$R$  es el valor de cada cupón

$i$  es la tasa de rendimiento anual, capitalizable en  $p$  periodos por año y

$n$  es el plazo en años, el tiempo que hay entre la fecha de compraventa y la de redención

### Note que:

Con excepción de  $R$  y  $M$ , las literales de esta fórmula tienen el significado de antes y, además, el valor de cada cupón está dado por

$$R = N \left( \frac{r}{p} \right)$$

donde  $N$  es el valor nominal de la obligación o bono y  $r$  es la tasa de interés anual, y es determinada por la emisora.

También es cierto que  $M$  y  $N$  son iguales cuando el bono se redime a la par.

### Ejemplo 1

#### Determinación del precio de compraventa de un bono y las utilidades para el inversionista

La compañía Teléfonos Nacionales emitió bonos de \$100 que vencen a la par el 1 de julio de 2012, con intereses del 10.4 % anual pagaderos el primer día de los meses de enero, abril, julio y octubre de cada año, es decir, cada trimestre. ¿Cuánto deberá pagarse por cada bono el 1 de octubre de 2007 si se pretenden rendimientos del 15% anual compuesto por trimestres? ¿A cuánto ascienden las utilidades para el inversionista que los compra?

**Solución**

- a) Para encontrar el precio de compraventa  $C$  del bono, se reemplazan los siguientes valores en la ecuación 9.1.

$M$  por 100, el valor de redención

$i$  por 0.15, la tasa de rendimiento anual

$p$  por 4, porque los cupones y la frecuencia de conversión son trimestrales

$$\frac{i}{p} = \frac{0.15}{4} = 0.0375 \text{ por trimestre}$$

$R$  por 2.60, ya que  $R$  depende del valor nominal y de la tasa de interés  $r$  y

$$R = 100 \left( \frac{0.104}{4} \right)$$

$$R = \$2.60$$

El plazo en trimestres es  $np = 19$ , los que faltan para la redención del bono, es decir, los trimestres que hay entre el 1 de octubre de 2007 y el 1 de julio de 2012, incluyéndolos.

El valor de compraventa de cada bono es, por lo tanto:

$$C = 100 \left( 1 + \frac{0.104}{4} \right)^{-19} + 2.60 \left[ \frac{1 - (1.0375)^{-19}}{0.0375} \right]$$

$$C = 100(0.496850805) + 2.60(13.41731187)$$

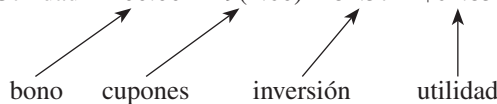
$$C = 49.6850805 + 34.88501086$$

$$C = 84.57009135$$

o bien, redondeando  $C = \$84.57$

- b) Para conocer la utilidad neta para el inversionista, es decir, los intereses, se resta el valor de compraventa del monto total que recibirá después por el bono y los 19 cupones.

$$\text{Utilidad} = 100.00 + 19(2.60) - 84.57 = \$64.83$$

**Ejemplo 2****Valor de compraventa de una obligación**

¿Cuál es el valor de compraventa de una obligación quirografaria con valor nominal de \$100 e intereses del 12.72%, pagaderos en cupones mensuales suponiendo que se redimen a 108, la compraventa se realiza 3.5 años antes del vencimiento y se ofrecen al inversionista con el 13% de interés anual compuesto por semestres?

**Solución**

Primero, se obtiene la tasa  $i$ , capitalizable por meses, equivalente al 13% nominal semestral igualando los dos montos.

$$\left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12} = \left(1 + \frac{0.13}{2}\right)^2$$

$$1 + \frac{i}{12} = (1.065)^{\frac{2}{12}}, \text{ se obtiene la raíz sexta, ya que } \frac{2}{12} \text{ es igual a } \frac{1}{6}$$

$$1 + \frac{i}{12} = 1.010551074$$

$$i = (1.010551074 - 1)12$$

$$i = 0.126612888$$

El valor de cada cupón mensual es:

$$R = 100.00 \left( \frac{0.1272}{12} \right) \quad R = N \left( \frac{r}{p} \right)$$

$$R = \$1.06$$

El valor de redención, puesto que se redimen a 108, es  $M = 100(1.08)$  o  $M = \$108$ , y el plazo en años es de  $n = 3.5$ , de donde el número de cupones es  $np = 3.5(12) = 42$ . Todo se reemplaza en la ecuación 9.1 para hallar el valor de compraventa.

$$C = 108 \left( \frac{0.126612888}{12} \right)^{-42} + 1.06 \left[ \frac{1 - (1.010551074)^{-42}}{0.010551074} \right]$$

$$C = 69.49867114 + 35.814687 \quad (\mathbf{A})$$

$$C = 105.3133581 \quad \text{o bien, redondeando} \quad C = \$105.31$$

**Note que:**

\*El primero de los términos en la ecuación (A), 69.49867114, es lo que se paga por la obligación de 108 pesos, y el segundo, 35.814687, es lo que se invierte por los 42 cupones mensuales que se cobrarán después de la compraventa.

\*También es cierto que, para las operaciones en el desarrollo anterior, se sustituye el valor de

$$1 + \frac{i}{p} = 1.010551074,$$

es decir, no era necesario despejar  $i$  al encontrar la tasa equivalente.

\*La obligación se está comprando con descuento, puesto que lo que se invierte, \$105.31, es menor que el valor de redención, \$108. Además, la utilidad para el inversionista no es, como pudiera pensarse, la diferencia entre estos dos valores, sino la diferencia entre lo que invierte y lo que recibirá después, es decir,

$$\text{Utilidad} = 108.00 + 42(1.06) - 105.31$$

$$= 152.52 - 105.31 = \$47.21 \text{ por cada obligación.}$$

**Ejemplo 3****Utilidades al invertir en obligaciones**

Cuatro años antes de que se rediman, el actuario Rodríguez compra un millar de obligaciones en \$182,575. ¿Cuánto ganará con su inversión si se sabe que el tipo de rendimiento anual es del 13.2% capitalizable por cuatrimestres, y la emisora paga intereses del 10.35% anual en cupones cuatrimestrales?

**Solución**

En la ecuación del teorema 9.1 se sustituyen los números siguientes:

$C = 182.575$ , el valor de compraventa de cada obligación

$p = 3$ , la frecuencia de conversión y de pago de intereses

$i = 0.132$ , la tasa de rendimiento anual compuesta por cuatrimestres,  $\frac{i}{p} = \frac{0.132}{3}$  o  $\frac{i}{p} = 0.044$

$n = 4$  años, el plazo entre la compraventa y la redención

$np = 12$ , el número de cupones por cobrar

$r = 0.1035$ , la tasa de interés anual que paga la emisora a través de los cupones

$M$  es la incógnita, el valor de redención, y se supone igual al valor nominal de las obligaciones, porque se redimen a la par, al no decir lo contrario.

El pago cuatrimestral por intereses es:

$$R = M \left( \frac{0.1035}{3} \right) \quad \text{o bien,} \quad R = (0.0345)M$$

Entonces,

$$182.575 = M(1.044)^{-12} + (0.0345) \left[ \frac{1 - (1.044)^{-12}}{0.044} \right] M$$

$$182.575 = M(0.596477431) + M(0.316398378)$$

$$182.575 = M(0.912875809)$$

de donde:

$$M = \frac{182.575}{0.912875809} \quad \text{o bien, redondeando} \quad M = \$200.00$$

Significa que el valor nominal, y de redención, de las obligaciones es de \$200. El valor de cada cupón es, por lo tanto:

$$R = 200.00(0.0345) \text{ o bien, } R = \$6.90$$

y las utilidades para el actuario son:

$$U = 200.00 + 12(6.90) - 182.575$$

o bien,  $U = \$100.225$  por cada obligación.

Por las 1,000 obligaciones serán:

$$\$100.225(1,000) = \$100,225.00$$

## Ejercicios 9.3

1. ¿Cómo se evalúan las utilidades, en dinero, al invertir en obligaciones y bonos?
2. La compañía Aeronaves del Sureste emite obligaciones con valor nominal de \$200 pagando intereses del 8.8% anual, con cupones que vencen al decimoquinto día de los meses de enero, mayo y septiembre de cada año. ¿Cuál es el precio de cada obligación el 15 de mayo de 2012 si se redimen el 15 de septiembre de 2018 y se pretenden rendimientos del 10.5% anual compuesto por cuatrimestres?
3. ¿Cuál es el valor de compraventa de un bono de \$200, 6 años antes de su redención, si la emisora paga intereses en cupones semestrales de \$18 y se pretende un rendimiento del 12% anual capitalizable por semestres?
4. Una obligación de \$100 de la Siderúrgica del Norte paga intereses del 18% anual compuesto por cuatrimestres. ¿Cuál es el valor de compraventa el 1 de febrero si vence el 1 de octubre del año siguiente y se pretende un rendimiento del 16% nominal cuatrimestral?
5. Una obligación de \$80 de la aceitera Las Juntas se negocia en \$80.5778 el 2 de agosto de 2012. ¿Qué intereses está pagando en cupones semestrales si se redime a la par el 2 de agosto de 2017 y se tiene una tasa de rendimiento del 12.8% nominal semestral?
6. Encuentre el precio de compraventa el 15 de agosto de 2012 de una obligación hipotecaria con valor nominal de \$300 que paga intereses del 16% anual en cupones trimestrales y se desea un rendimiento del 18% anual compuesto por trimestres; además:
  - a) Se redime a la par el 15 de agosto de 2016.
  - b) Se redime a 120 el 15 de noviembre de 2015.
  - c) Se redime a 72 el 15 de febrero de 2017.
7. Un bono de 100 pesos se redime a la par el 11 de diciembre de 2015, paga intereses del 11.4% anual en cupones que vencen el undécimo día de cada mes del año. ¿En cuánto se transfiere el 11 de marzo de 2013 si se obtiene un rendimiento del 11.4 % nominal mensual?
8. Resuelva el ejercicio 7 si el bono se redime:
  - a) a 85
  - b) a 120
9. El 19 de marzo de 2013 se adquiere un millar de bonos en \$318,421.82, ¿qué tasa de interés está pagando el organismo emisor en cupones trimestrales si 7 trimestres después el inversionista que los compra, recibirá \$345,000 por los 1,000 bonos? Suponga que se redimen a 115 y que el rendimiento es del 19.20% anual compuesto por trimestres. ¿A cuánto ascienden las utilidades en pesos para el inversionista?
10. El 5 de julio de 2012 se emitieron, con 7 años de plazo, obligaciones fiduciarias con valor nominal de \$200, pagando intereses del 12% anual en cupones bimestrales. ¿En cuánto se compran el 5 de septiembre de 2016 si se pretende un rendimiento del 10.8% nominal bimestral y se supone que se redimen a 115?
11. Hace 3 años, el Banco de la Nación colocó en el mercado de valores una emisión de bonos por 500 millones de pesos que se redimen a 103 con plazo de 6 años. ¿Cuál es el precio de compraventa hoy si se pretende un rendimiento del 8% anual capitalizable por semestres? Suponga que la emisión fue de 2.5 millones de bonos y que se pagan intereses del 7.6% anual en cupones semestrales.
12. Resuelva el ejercicio 11 considerando que los bonos se redimen a 95.

13. La compañía Desarrollos Turísticos del Atlántico emite obligaciones quirografarias con valor nominal de \$100, que se redimen a 112, 7 años después, pagando intereses del 12.8% en cupones anuales. ¿En cuánto se comercializan 3 años después de su emisión si se pretende un rendimiento del 7% efectivo?
14. ¿Qué le conviene más al licenciado Godínez para invertir 2 millones de pesos: comprar obligaciones con el 10.5% de rendimiento anual capitalizable por semestre y valor nominal de \$100 cada una, redimibles a 125, 3 años después, y pagan intereses en cupones semestrales de \$30 cada uno, o adquirir bonos con valor nominal de \$150, que se redimen a la par en los mismos 3 años, pagan intereses del 12.6% en cupones trimestrales, y ofrecen rendimientos del 11.2% anual capitalizable por trimestres? ¿A cuánto ascienden las utilidades en cada opción?

Seleccione la opción correcta en los ejercicios 15 a 27. Justifique su elección.

15. ¿En cuánto se negocia el 16 de julio de 2013 un bono con valor nominal de \$100 si se redime a 120 el 16 de enero de 2018? Considere intereses del 12.6% que se pagan en cupones trimestrales y rendimiento del 11.4% anual capitalizable por trimestre.
- a) \$125.33      b) \$116.24      c) \$120.72      d) \$121.45      e) Otra: \_\_\_\_\_
16. Obtenga las utilidades para un inversionista que adquiere 420 mil bonos en las condiciones del ejercicio 15, pero los compra el 16 de octubre de 2014.
- a) \$787,421.45      b) \$920,481.61      c) \$964,681.94      d) \$1'063,429.33      e) Otra: \_\_\_\_\_
17. ¿Cuál es el valor de compraventa de las obligaciones con valor nominal de \$150, se redimen a 98, cinco años después, y pagan intereses del 12.6% anual en cupones trimestrales? Considere que se pretenden rendimientos del 11.2% anual capitalizable por trimestre.
- a) \$156.61      b) \$162.38      c) \$160.93      d) \$180.02      e) Otra: \_\_\_\_\_
18. ¿Con qué tasa de interés anual se invirtieron los bonos que se negocian en \$211.15, 6 años antes de su redención, se emitieron a 105, su valor nominal es de \$200 y bonifican rendimientos del 13.2% nominal bimestral? Suponga que los cupones son bimestrales.
- a) 11.8%      b) 12.3%      c) 13%      d) 14%      e) Otra: \_\_\_\_\_
19. Resuelva el ejercicio 18 suponiendo que el valor nominal de los bonos es de \$150, y se negocian 4 años antes de su vencimiento.
- a) 23.63214%      b) 22.68385%      c) 24.18352%      d) 25.46482%      e) Otra: \_\_\_\_\_
20. ¿En cuánto se comercializan las obligaciones que 4 años y 3 meses después se redimen en \$100 cada una considerando que se emitieron a la par, pagando intereses del 11.5%, en cupones trimestrales, y ofrecen rendimientos del 13.2% nominal trimestral?
- a) \$94.54      b) \$96.63      c) \$95.33      d) \$97.72      e) Otra: \_\_\_\_\_
21. Obtenga el valor de compraventa el 6 de enero de 2011 de una obligación hipotecaria con valor nominal de \$100, que paga intereses del 10.5%, anual en cupones bimestrales, se redime a 103, se ofrece con el 12.6% nominal bimestral y se redimen el 6 de septiembre de 2016.
- a) \$98.17      b) \$94.32      c) \$93.29      d) \$96.75      e) Otra: \_\_\_\_\_
22. ¿Cuál es el valor nominal de los bonos que el 18 de agosto de 2013 se negocian en \$149.24093 cada uno? Considere que se redimen a 108, el 18 de noviembre de 2018, pagan intereses del 12.6% en cupones trimestrales y se compran para lograr un rendimiento del 13.8% anual capitalizable por trimestres.
- a) \$160.00      b) \$140.00      c) \$150.00      d) \$170.00      e) Otra: \_\_\_\_\_

23. ¿Cuánto dinero gana un inversionista que compra obligaciones quirografarias con valor nominal de \$200, que se redimen a 95, 4 años, y 8 meses después ofrecen rendimientos del 12.3% nominal cuatrimestral y los intereses del 13.71% se pagan en cupones cuatrimestrales? Suponga que invierte 3 millones de pesos.
- a) \$1'672,068.37    b) \$1'529,302.62    c) \$1'429,308.29    d) \$1'698,328.95    e) Otra: \_\_\_\_\_
24. Una importante cadena de televisión emitió obligaciones con valor nominal de \$100 e intereses del 12.4% pagaderos con cupones trimestrales y plazo de 5 años. ¿Cuál es el valor de compraventa 15 meses después de la emisión si se negocian con el 10.5% de interés anual capitalizable por trimestres? Suponga que se redimen a 112.
- a) \$116.05    b) \$120.93    c) \$113.96    d) \$118.73    e) Otra: \_\_\_\_\_
25. ¿Cuánto dinero gana un inversionista que adquiere 25,000 obligaciones en las condiciones del ejercicio 24?
- a) \$1'203,497.08    b) \$1'197,407.93    c) \$1'113,500.00    d) \$1'268,629.63    e) Otra: \_\_\_\_\_
26. ¿Cuál es el valor nominal de los bonos que 2 años después de su emisión se negocian en \$187.36, se emitieron a 105, con plazo de 6 años, ofreciendo intereses del 16.20% anual con cupones bimestrales? Considere 13.8% de rendimiento anual capitalizable por bimestres.
- a) \$150.00    b) \$120.00    c) \$170.00    d) \$160.00    e) Otra: \_\_\_\_\_
27. ¿Cuál es el valor de redención de una obligación con valor nominal de \$150, que ofrece intereses del 9.6% en cupones trimestrales, y se negocia en \$160.61, 27 meses antes de su redención? Suponga rendimientos del 10.8% anual capitalizable por trimestres.
- a) \$167.00    b) \$165.00    c) \$168.00    d) \$169.00    e) Otra: \_\_\_\_\_



## 9.4 Prima y descuento

Al comparar el valor de emisión  $N$  con el valor de redención  $M$ , puede suceder que una obligación o un bono se rediman a la par, con premio o con descuento. También es cierto que si se compara el precio de compraventa  $C$  con el valor de redención  $M$ , puede ser que:

$C$  sea mayor que  $M$ , y entonces se dice que la obligación o el bono se compran con *premio* o *prima*.

$C$  es menor que  $M$ , y entonces se compra con *descuento*.

$C$  es igual a  $M$ , el título se compra *a la par*.

### Importante

Note que aun cuando un bono se compra a la par o con prima, habrá utilidades para quien las adquiere, ya que, posterior a la compra, recibirá el monto de los cupones.

\*Si la obligación o el bono se *redimen a la par*, la relación entre el precio de compraventa  $C$  y el valor de redención  $M$  depende de la relación que hay entre las tasas de interés  $r$ , con la que el organismo emisor paga intereses y la tasa de rendimiento, de tal forma que:

- Si la tasa  $r$  es menor que  $i$ , entonces el título se compra con descuento.
- Si  $r$  es mayor que la tasa  $i$ , entonces se adquiere con prima.
- Si las dos tasas son iguales, entonces la compraventa de las obligaciones o los bonos se hace a la par.

**Ejemplo 1****Prima, descuento y valor de compraventa de obligaciones**

Una compañía de telefonía celular emitió obligaciones quirografarias con valor nominal de \$50, que se redimen a la par el 2 de agosto de 2019 y pagan intereses del 13.60% anual, en cupones que vencen el segundo día de los meses de febrero, mayo, agosto y noviembre de cada año. ¿Cuál es el valor de compraventa el 2 de febrero de 2013 si se pretenden rendimientos del:

- 14.5% efectivo?
- 13.60% anual compuesto por trimestres?
- 13% nominal trimestral?

Obtenga en cada caso la prima o el descuento con el que se compran.

**Solución**

- Es necesario obtener la tasa compuesta por trimestres equivalente al 14.5% efectivo.

$$0.145 = \left(1 + \frac{i}{4}\right)^4 - 1 \quad e = \left(1 + \frac{i}{p}\right)^p - 1$$

de donde:  $1 + \frac{i}{4} = \sqrt[4]{1.145} = 1.03443063$

$$i = (0.03443063)4 = 0.13772252$$

Además:

El valor de cada cupón es  $R = 50\left(\frac{0.1360}{4}\right)$  o bien,  $R = 1.70$

El valor nominal es  $M = \$50$ , el plazo en trimestres es 26, y el valor de compraventa es, por lo tanto:

$$C = 50(1.03443063)^{-26} + 1.70 \left[ \frac{1 - (1.03443063)^{-26}}{0.03443063} \right]$$

$$C = 20.73644668 + 28.89754887$$

$$C = 49.63399555 \quad \text{o bien,} \quad C = \$49.6340$$

Puesto que la tasa de interés,  $r = 0.136$ , es menor que la de rendimiento,  $i = 0.13772252$ , cada obligación se compra con descuento de  $50 - 49.634 = 0.366$  pesos.

- En este caso, las dos tasas son iguales,  $r = i$ , y las obligaciones se compran a la par, es decir, ahora:

$$C = 50\left(\frac{0.136}{4}\right)^{-26} + 1.70 \left[ \frac{1 - (1.034)^{-26}}{0.034} \right]$$

$$C = 20.96215832 + 29.03784168$$

o bien,  $C = \$50.00$

- El valor de compraventa en esta opción es:

$$C = 50\left(1 + \frac{0.13}{4}\right)^{-26} + 1.70 \left[ \frac{1 - (1.0325)^{-26}}{0.0325} \right]$$

$$C = 21.7684957 + 29.5344959$$

$$C = 51.30299247$$

o bien,

$$C = \$51.3030$$

que es mayor que el valor de redención; se adquieren con premio, porque  $r$  es mayor que  $i$ , 0.1377 es mayor que 0.13.

## Ejemplo 2

### Tasa de interés al comprar bonos con descuento

Obtenga la tasa de interés semestral con la que Petróleos de la Nación emitió bonos con valor nominal de \$100, si se adquieren con un descuento total del 18%, 3 años antes de su redención. Suponga que se generan rendimientos del 21% anual capitalizable por semestre.

### Solución

El precio de compraventa de cada bono es:

$$C = 100.00 - 0.18(100) = \$82$$

Entonces, al reemplazar en la ecuación del teorema 9.1, queda:

$$82 = 100 \left( 1 + \frac{0.21}{2} \right)^{-6} + R \left[ \frac{1 - (1.105)^{-6}}{0.105} \right]$$

$$82 = 54.93211643 + R(4.292179388)$$

De donde:

$$R = \frac{(82.00 - 54.93211643)}{4.292179388}$$

o bien,

$$R = 6.306326258$$

es el valor de cada cupón semestral. Entonces, redondeando  $R$ , la tasa de interés semestral es:

$$6.3063 = 100 \left( \frac{r}{2} \right) \quad R = N \left( \frac{r}{p} \right)$$

De donde:

$$\frac{6.3063(2)}{100} = r$$

$$r = 0.126126$$

o bien, 12.6126% anual, aproximadamente.

Note que  $r$  es menor que  $i$ , ya que se compraron con descuento.

**Ejemplo 3****Utilidades al invertir en obligaciones**

La compañía Aceites y Lubricantes de México coloca en el mercado de valores una serie de obligaciones de \$150 cada una, redimibles a la par en un plazo de 6 años. ¿De cuánto serán las utilidades para una persona que invierte 2.5 millones de pesos en tales obligaciones 2 años antes de su redención? Suponga rendimientos del 25.8% anual capitalizable por bimestres y que la aceitera paga intereses del 18% en cupones bimestrales.

**Solución**

Es necesario hallar el valor de compraventa de cada obligación, sustituyendo en la ecuación del teorema 9.1, los siguientes valores:

El valor nominal,  $N = 150$ , igual al valor de redención.

La tasa de rendimiento  $i = 0.258$  con  $p = 6$ , porque se capitaliza cada bimestre y 6 bimestres tiene el año.

La tasa de interés  $r = 0.18$  anual, que se paga con cupones bimestrales y, por lo tanto, el valor de cada cupón es:

$$R = 150 \left( \frac{0.18}{6} \right) = 4.50$$

El plazo es  $n = 2$  años y el número de cupones es:

$$np = 2(6) = 12$$

El precio de cada bono es, por lo tanto:

$$\begin{aligned} C &= 150 \left( 1 + \frac{0.258}{6} \right)^{-12} + 4.50 \left[ \frac{1 - \left( 1 + \frac{0.258}{6} \right)^{-12}}{\frac{0.258}{6}} \right] \\ &= 150(0.603376371) + 4.50(9.223805319) \\ &= 90.5064557 + 41.50712394 \end{aligned}$$

o bien,

$$C = \$132.0135796$$

La utilidad por cada bono es igual a la diferencia entre el precio con el que se adquiere y el total que se recibirá en los cupones y el propio bono en su redención, es decir:

$$\begin{aligned} U &= 12(4.50) + 150.00 - 132.0136 \\ U &= \$71.9864 \end{aligned}$$

Con 2.5 millones de pesos se compran:

$$\frac{2'500,000}{132.0136} = 18,937.4 \text{ bonos}$$

Entonces, la utilidad total para el inversionista es:

$$\begin{aligned} U &= 18,937(71.9864) \\ U &= \$1'363,206.46 \end{aligned}$$

**Ejemplo 4****Descuento y utilidades en la compra de bonos**

Calcular la prima o el descuento y las utilidades que genera para un inversionista cada bono que emitió la compañía Ferrocarriles de la Nación, con valor nominal de \$100. Suponga que se redimen a 117, el 7 de agosto de 2020, que pagan intereses del 13.9% en cupones que vencen el séptimo día de los meses de febrero y agosto de cada año, que la tasa de rendimiento es del 12.5% compuesto por semestre y que se negocian el 7 de febrero de 2013.

**Solución**

El plazo es de 15 semestres, los que hay entre el 7 de febrero de 2013 y el 7 de agosto de 2020.

El valor de cada cupón es:

$$R = 100 \left( \frac{0.139}{2} \right) \quad R = N \left( \frac{r}{p} \right)$$

$$R = 6.95$$

Porque se redimen a 117, el monto al final del plazo es:

$$M = 100(1.17) \quad \text{o bien,} \quad M = 117.00$$

El valor de compraventa es entonces:

$$C = 117 \left( 1 + \frac{0.125}{2} \right)^{-15} + 6.95 \left[ \frac{1 - (1.0625)^{-15}}{0.0625} \right]$$

$$C = 117(0.402778165) + 6.95(9.555549357)$$

$$C = 47.12504533 + 66.41106803$$

$$C = 113.5361134$$

o bien,

$$C = \$113.5361$$

El descuento es la diferencia entre este valor y el de redención.

$$\text{Descuento} = 117.00 - 113.5361 \quad \text{o bien,} \quad \$3.4639$$

La utilidad para el inversionista por cada bono que compra es:

$$U = 15(6.95) + 117.00 - 113.5361$$

$$U = \$107.7139$$

**Ejercicios 9.4**

1. Explique qué significan el *descuento* y la *prima* en la compra de bonos y obligaciones.
2. ¿Qué relación existe entre las tasas de interés  $r$  y las de rendimiento  $i$ , para que un bono o una obligación que se redimen a la par se compren con descuento? ¿Con prima? ¿A la par?
3. El 15 de abril de 2014, Arrendamiento Dinámico, S. A., emitió obligaciones quirografarias con valor nominal de \$150 y vencimiento el 15 de junio de 2021. Obtenga el valor de compraventa y la prima el 15 de octubre de 2015 suponiendo que se redimen a la par, pagan intereses del 13.2% en cupones bimestrales que vencen el decimoquinto día de los meses pares de cada año y ofrecen rendimientos del 11.85% anual capitalizable por bimestres.

4. Resuelva el ejercicio 3 suponiendo que las obligaciones se redimen a 118.
  5. Una obligación hipotecaria de la Promotora del Pacífico, con denominación de \$100, vence el 1 de marzo de 2017. Los intereses del 21% anual se cobran en cupones cuatrimestrales el primer día de los meses de marzo, julio y noviembre de cada año. Determine el valor de compraventa y el descuento o la prima el primer día de julio de 2013 si se tienen rendimientos del 24.9% anual capitalizable por cuatrimestres y
    - a) se redime a la par.      b) se redime con premio a 121.
  6. El 10 de enero de 2014 una compañía de televisión emite obligaciones con valor nominal de \$300, que se redimen a 98, el 10 de enero de 2019, y pagan intereses del 11% anual, el décimo día de enero, abril, julio y octubre de cada año. Obtenga el valor de compraventa y la prima, o el descuento, el 10 de octubre de 2015, considerando rendimientos del 12.25% anual capitalizable por trimestres.
  7. El 1 de marzo de 2019 vencen las obligaciones que la compañía Maquiladora del Sureste, S. A., emitió con valor nominal de \$200 e intereses del 16% anual en cupones bimestrales, que se cobran el primer día de los meses impares de cada año. Obtenga la prima o el descuento si se negocian el 1 de julio de 2013, con rendimientos del 21% anual compuesto por bimestres y las obligaciones se redimen:
    - a) A la par.      b) A 118, es decir, con prima.
  8. ¿Cuál es el premio o el descuento de los bonos que pagan intereses en cupones trimestrales de \$14.00 y su valor nominal es de \$160? Suponga rendimientos del 15% efectivo, faltan 2.5 años para su redención, y se redimen a 120. ¿Cuál es la tasa de interés que pagó la emisora?
  9. Cuatro años antes de su vencimiento se compran obligaciones con descuento de \$26.80, rendimientos del 31.2% anual compuesto por semestres y valor nominal de \$120. ¿Cuál es la tasa de interés con la que se emitieron si se redimen a 114?
  10. El 1 de febrero de 2016 se redime a la par una obligación que la Industrializadora de Maderas y Derivados, colocó en el mercado de valores con valor nominal de \$60 pagando intereses del 14.8% anual en cupones trimestrales. ¿Cuánto se paga por cada obligación y de cuánto es la prima el primer día de febrero de 2014 si se pretende invertir con una tasa de rendimiento del 12.36% anual capitalizable por trimestres?
  11. Una obligación con valor nominal de \$100 devenga intereses del 9.9% pagaderos en cupones que se cobran el tercer día de los meses de enero, mayo y septiembre de cada año. Obtenga el valor de compraventa, las utilidades y la prima o el descuento para un inversionista, que las adquiere el 3 de septiembre de 2006, ganando el 10.2% anual capitalizable por cuatrimestres, suponiendo que:
    - a) Se redimen a la par el 3 de enero de 2016.      b) Se redimen a 95 el 3 de mayo de 2015.
  12. Obtenga el tipo de interés que paga la emisora de las obligaciones, con valor de redención a la par de \$80 y cupones trimestrales. Suponga que 4 años antes el precio de compraventa fue de \$95, con rendimientos del 23.8% nominal trimestral. Encuentre la prima o el descuento.
  13. Resuelva el ejercicio 12 suponiendo que las obligaciones se redimen a 125.
- En los ejercicios 14 a 26 seleccione la opción correcta. Justifique su elección.
14. Cuando un bono que se redime a la par se compra con descuento, la tasa de interés  $r$  y de rendimiento  $i$  son:
    - a)  $i < r$       b)  $i = r$       c)  $i > r$       d) No se sabe

15. Si una obligación no se redime a la par y  $r < i$ , entonces:
- a) Se compra con descuento      b) No se sabe      c) Se compra con premio
  - d) Se compra a la par
16. Cuando un bono se redime a la par y la tasa de interés,  $r$ , es menor que la de rendimiento,  $i$ , entonces:
- a) El valor de compraventa es menor que el de vencimiento.
  - b) El valor de compraventa es igual al valor de redención.
  - c) El valor de compraventa es mayor que el de redención.
  - d) No se sabe cuál es mayor.
17. Si un bono se redime a la par y las tasas de interés  $r$  y de rendimiento  $i$  son iguales, entonces:
- a) El valor de compraventa es igual al valor nominal.
  - b) El valor de compraventa es menor que el de redención.
  - c) El de compraventa es mayor que el valor de redención.
  - d) No se sabe cuál es mayor.
18. ¿De cuánto es el descuento, o la prima, de las obligaciones que se negocian el 25 de septiembre de 2013, tienen valor nominal de \$100, se redimen a 106 el 25 de enero de 2017, pagan intereses en cupones bimestrales de \$5.25 y ofrecen rendimiento del 11.4% nomina bimestral?
- a) Descuento de \$56.65      b) Prima de \$57.75      c) Prima de \$54.23
  - d) Descuento de \$48.93      e) Otra: \_\_\_\_\_
19. Si las obligaciones del ejercicio 18 se redimen a 97, entonces se compran con:
- a) Descuento de \$47.97      b) Descuento de \$58.43      c) Prima de \$35.29
  - d) Prima de \$60.80      e) Otra: \_\_\_\_\_
20. ¿Cuál es el descuento, o la prima, de las obligaciones del ejercicio 18 si se negocian el 25 de julio de 2014?
- a) Prima de \$46.64      b) Descuento de \$43.61      c) Prima de \$50.48
  - d) Descuento de \$55.69      e) Otra: \_\_\_\_\_
21. ¿Cuánto dinero tiene de utilidades un inversionista que con 1.75 millones de pesos compra obligaciones con valor nominal de \$100 y descuento de \$11.25, considerando que se redimen a 103 y cada cupón mensual es de \$2.98? Suponga que la operación de compraventa se realiza 3.5 años antes de la redención.
- a) \$2'601,825.61      b) \$1'983,429.33      c) \$2'068,923.45
  - d) \$1'640,902.97      e) Otra: \_\_\_\_\_
22. ¿De cuánto es la prima, o el descuento, con el que se negocian el 3 de mayo de 2012 los bonos con valor nominal de \$200, de redención dan \$215, intereses de 10.5% en cupones trimestrales, rendimiento del 11.4% anual capitalizable por trimestre y vencimiento al 3 de noviembre de 2016?
- a) Prima de \$12.22      b) Prima de \$15.63      c) Descuento de \$15.63
  - d) Descuento de \$12.22      e) Otra: \_\_\_\_\_

23. ¿Cuál es el descuento de las obligaciones quirografarias que 2.5 años antes de su redención, se comercializan en \$191.90, pagan intereses del 13.8% en cupones trimestrales y se ofrecen con rendimiento del 14.4% anual capitalizable por trimestre? Suponga que se redimen a 96.
- a) \$10.60      b) \$11.43      c) \$8.10      d) \$9.35      e) Otra: \_\_\_\_\_
24. ¿De cuánto es el descuento de los bonos que vencen 3 años después, se redimen a 92, su valor nominal es de \$100, pagan intereses del 10.5% anual en cupones que vencen el sexto día de los meses de marzo, julio y noviembre de cada año, y se ofrecen con rendimientos del 12.72% nominal cuatrimestral?
- a) \$4.20      b) \$4.70      c) \$3.48      d) \$2.95      e) Otra: \_\_\_\_\_
25. Se compran 12,000 obligaciones 39 meses antes de su vencimiento a la par. ¿De cuánto es el descuento, o la prima total, si su valor nominal es de \$200, pagan intereses del 13.2% anual en cupones mensuales y se adquieren con rendimientos del 11.4% anual capitalizable por meses?
- a) \$116,880      b) \$121,425      c) \$109,728      d) \$113,049      e) Otra: \_\_\_\_\_
26. Un bono se adquiere con descuento de \$10.50. ¿Cuál es la tasa de interés que ofrece la emisora si el valor nominal es de \$200, faltan 3 años para su vencimiento, se ofrecen con rendimiento del 14.1% anual capitalizable por bimestres y se redimen a 109?
- a) 12.3%      b) 11.7%      c) 14.2%      d) 13.2%      e) Otra: \_\_\_\_\_



## 9.5 Valor contable

Para llevar un apropiado manejo contable de su empresa o como persona física, a los inversionistas que adquieren bonos y obligaciones con premio les interesará saber en qué proporción o qué parte del premio se reduce o se amortiza cada vez que les pagan los intereses de un cupón.

Para hacer un seguimiento de dichas cantidades, suele hacerse un *cuadro de amortización de la prima*, semejante a los que se estudiaron en el capítulo 6, tal como se aprecia en los ejemplos de esta sección.

Cuando esta clase de títulos de inversión se compra con descuento, es decir, el precio de compraventa es menor que el precio de redención, se elabora un *cuadro de acumulación del descuento*, en el que se registran los movimientos incluyendo el *valor en libros* o *valor contable* del capital invertido.

En los siguientes ejemplos se ilustra la manera de proceder con tales cuadros, comenzando con el de acumulación del descuento.

### Acumulación del descuento

#### Ejemplo 1

##### Valor de compraventa y cuadro de acumulación del descuento

Una obligación con valor nominal de \$100 que se redime a la par el 5 de enero de 2018 con intereses del 12.2% pagaderos en cupones que vencen el quinto día de los meses de enero y julio de cada año, se transfiere el 5 de enero de 2014 a un inversionista que pretende ganar un tipo de rendimiento del 13.6% con capitalización semestral. Obtener el valor de compraventa y hacer el cuadro de acumulación del descuento.

**Solución**

Los valores para sustituir en la ecuación del teorema 9.1 son:

$M = 100$ , el valor de vencimiento

$n = 4$ , el plazo o tiempo en años entre la compraventa y la redención

$p = 2$ , la frecuencia de capitalización de intereses y de cobro de los cupones

$i = 0.136$ , la tasa de interés anual capitalizable por semestres

$r = 0.122$ , la tasa de interés simple anual, la que paga la emisora en cupones

Los intereses por periodo semestral son:

$$R = 100 \left( \frac{0.122}{2} \right) \quad \text{o bien,} \quad R = 6.10$$

El valor de compraventa de cada obligación es, por lo tanto:

$$\begin{aligned} C &= 100 \left( 1 + \frac{0.136}{2} \right)^{-8} + 6.10 \left[ \frac{1 - (1.068)^{-8}}{0.068} \right] \\ C &= 100(0.590785705) + 6.10(6.017857275) \\ C &= 59.07857052 + 36.70892938 \\ C &= \$95.7874999 \end{aligned}$$

Quiere decir que cada obligación se compra con un descuento de \$4.2125001, que son la diferencia entre el resultado anterior y su valor de vencimiento.

Observe usted lo siguiente que es útil para hacer el cuadro:

El inversionista espera un rendimiento del 6.8% en el primer semestre sobre su inversión de \$95.7874999, es decir:

$$95.7874999(0.068) = 6.513549993 \text{ en el primer semestre}$$

Al terminar este primer semestre recibirá \$6.10 por el primer cupón de los que adquirió, y por eso tendrá un remanente a su favor de \$0.413549993, que es la diferencia entre 6.513549993 y 6.10.

Esto significa que el valor de su inversión, al concluir el primer semestre, es:

$$95.7874999 + 0.413549993 = 96.20104989$$

y si llegase a vender su obligación en esa fecha, debería hacerlo por esta cantidad, la cual puede comprobarse obteniendo el valor de compraventa 7 semestres antes de la redención, con la ecuación 9.1, es decir:

$$\begin{aligned} C &= 100(1.068)^{-7} + 6.10 \left[ \frac{1 - (1.068)^{-7}}{0.068} \right] \\ C &= 63.09591331 + 33.10513659 \\ C &= \$96.2010499 \end{aligned}$$

Al final del segundo semestre, el rendimiento de la inversión será:

$$96.2010499(0.068) = 6.541671393$$

El excedente es ahora:

$$6.541671393 - 6.10 = 0.441671393$$

y el valor de la inversión es:

$$96.2010499 + 0.441671393 = 96.64272128$$

Este resultado y los siguientes pueden comprobarse con la ecuación 9.1 y se deja como ejercicio para el estudiante.

Al terminar el tercer semestre, el rendimiento esperado es:

$$96.64272128(0.068) = 6.5717705047$$

y el remanente:

$$6.5717705047 - 6.10 = 0.471705047$$

El valor de la inversión es ahora:

$$96.64272128 + 0.471705047 = 97.11442633$$

Continuando de la misma forma, se llegará hasta el final del octavo semestre, y en ese momento, el valor del documento debe ser igual a su valor de redención. Se resume en el siguiente cuadro, donde se ha redondeado a cinco cifras decimales.

Fecha	Intereses	Cupón	Diferencia	Valor contable
Enero 5/14	—	—	—	95.78750
Julio 5/14	6.51355	6.10	0.41355	96.20105
Enero 5/15	6.54167	6.10	0.44167	96.64272
Julio 5/15	6.57171	6.10	0.47171	97.11443
Enero 5/16	6.60378	6.10	0.50378	97.61821
Julio 5/16	6.63804	6.10	0.53804	98.15625
Enero 5/17	6.67462	6.10	0.57462	98.73087
Julio 5/17	6.71370	6.10	0.61370	99.34457
Enero 5/18	6.75543	6.10	0.65543	100.0000*

\*La diferencia con los \$100 es mínima y se debe al redondeo.

### Importante

Este cuadro se inicia escribiendo el valor de compraventa ( $C$ ) en el primer renglón de la última columna. Se mantienen varias cifras decimales procurando más precisión. El valor  $C$  se multiplica por la tasa de interés semestral, capitalizable por semestres, y el resultado se anota en la segunda columna, la de intereses:

$$I_1 = 95.78750(0.068)$$

$$I_1 = 6.51355$$

Se resta el valor del cupón semestral  $R = 6.10$ , los intereses que paga la emisora, y la diferencia se escribe en la cuarta columna.

$$6.51355 - 6.10 = 0.41355$$

Esta diferencia se suma con el valor contable anterior  $C$ , y se obtiene el nuevo valor contable  $C_1$ .

$$95.78750 + 0.41355 = 96.20105$$

Este proceso se repite de manera sucesiva hasta llegar al último valor de la quinta columna, el cual debe ser igual al valor de redención de la obligación.

Note que si se suman los valores de la columna de intereses y se resta el total de los 8 cupones, se obtiene el descuento, esto es:

$$53.0125 - 8(6.10) = 4.2125$$

## Amortización de la prima

### Ejemplo 2

#### Valor de compraventa, prima y cuadro de amortización de la prima

Hace 4 años una compañía embotelladora de refrescos colocó, en el mercado de valores, obligaciones con valor nominal de \$150, redimibles a 125, con plazo de 7 años y con intereses del 12.3% anual pagadero cuatrimestralmente. ¿Cuánto deberá pagarse por cada obligación hoy si se pretenden rendimientos del 8.7% anual capitalizable por cuatrimestres? Obtener la prima, el cuadro de amortización de la misma, y las utilidades para el inversionista.

#### Solución

- a) Dado que faltan 3 años para la redención de las obligaciones, el plazo y el número de cupones cuatrimestrales son:

$$n = 3 \text{ y } np = 3(3) = 9$$

Los valores de redención y de cada cupón son:

$$M = 150(1.25) = 187.50 \text{ y}$$

$$R = 150 \left( \frac{0.123}{3} \right) = 6.15$$

ya que se redimen a 125 y los intereses que paga la emisora son del 12.3% compuesto por cuatrimestres.

El valor de compraventa es entonces:

$$C = 187.50 \left( 1 + \frac{0.087}{3} \right)^{-9} + 6.15 \left[ \frac{1 - (1.029)^{-9}}{0.029} \right] \quad \text{Teorema 9.1}$$

$$C = 187.50(0.773146203) + 6.15(7.822544738)$$

$$C = 144.964913 + 48.10865014$$

$$C = 193.0735631$$

- b) La prima con que se adquieren es la diferencia:

$$193.0735631 - 187.50 = \$5.5735631$$

- c) El cuadro de amortización de la prima es el siguiente, que se inicia escribiendo el precio de compraventa en el primer renglón de la última columna, y se continúa de manera semejante al cuadro de acumulación del descuento, sólo que ahora la diferencia entre los intereses y el valor del cupón, es decir, la amortización, se resta del valor en libros anterior en vez de sumarla.

Fecha	Intereses	Cupón	Amortización	Valor contable
0	—	—	—	193.07356
1	5.59913	6.15	0.55087	192.52269
2	5.58316	6.15	0.56684	191.95585
3	5.56672	6.15	0.58328	191.37257
4	5.54980	6.15	0.60020	190.77237
5	5.53240	6.15	0.61760	190.15477
6	5.51449	6.15	0.63551	189.51926
7	5.49606	6.15	0.65394	188.86532
8	5.47709	6.15	0.67291	188.19242
9	5.45758	6.15	0.69242	187.5000

- d) La utilidad por cada obligación es la diferencia entre el precio de compraventa y el valor de los cupones, y el valor nominal de la obligación, es decir:

$$9(6.15) + 187.50 - 193.07 = 49.78, \text{ redondeando.}$$

### Ejemplo 3

#### Valor de redención, de emisión, tasa de interés, prima y cuadro

Ocho trimestres antes de su vencimiento, un millar de obligaciones se cotiza en \$171,520.80, ofreciendo rendimientos del 9.8% capitalizable por trimestres. Suponiendo que se redimen a 110 y pagan intereses en cupones trimestrales de \$4.95 cada uno, determine el valor de emisión, el de redención, la tasa de interés que ofrece la emisora, la prima o el descuento y el cuadro correspondiente.

#### Solución

- a) El valor de compraventa de cada obligación es:

$$C = \frac{171,520.8}{1,000} = 171.5208$$

Los otros valores que se sustituyen en la ecuación 9.1 son:

$R = 4.95$ , el valor de cada cupón

$n = 2$  años u 8 trimestres

$p = 4$ , la frecuencia de conversión y de pago de cupones

$i = 0.098$ , la tasa de rendimiento anual, capitalizable por trimestres

El valor de redención es  $M = 1.10N$ , donde  $N$  es el valor nominal, se redimen a 110

$$171.5208 = 1.10N \left( 1 + \frac{0.098}{4} \right)^{-8} + 4.95 \left[ \frac{1 - (1.0245)^{-8}}{0.0245} \right]$$

$$171.5208 = 0.906352179N + 35.5679671$$

De donde:

$$N = \frac{135.9528329}{0.90632179}$$

o bien,  $N = 150,0000066$  o bien,  $N = \$150.00$

- b) El valor al vencimiento es:

$$M = 1.10(150) \quad \text{o bien,} \quad M = \$165.00$$

La tasa con la que la emisora paga intereses es  $r$  de la ecuación:

$$4.95 = 150 \left( \frac{r}{4} \right) \quad R = N \left( \frac{r}{p} \right)$$

De donde:

$$r = 4.95 \left( \frac{4}{150} \right)$$

$$r = 0.132 \quad \text{o bien,} \quad 13.20\% \text{ anual.}$$

- c) La prima es la diferencia:

$$171.5208 - 150.00 = \$21.5208$$

- d) El cuadro de amortización es el siguiente, que se inicia anotando el valor de los cupones en la tercera columna, y el valor de compraventa en el primer renglón de la última.

Periodo	Intereses	Cupón	Amortización	Valor contable
0	—	—	—	171.52080
1	4.20226	4.95	0.74774	170.77306
2	4.18394	4.95	0.76606	170.00700
3	4.16517	4.95	0.78483	169.22217
4	4.14594	4.95	0.80406	168.41811
5	4.12624	4.95	0.82376	167.59436
6	4.10606	4.95	0.84394	166.75042
7	4.08539	4.95	0.86461	165.88581
8	4.06420	4.95	0.88580	165.00001

### Ejercicios 9.5

1. Explique por qué es útil un cuadro de amortización de la prima o acumulación del descuento.
2. Obtenga el cuadro de acumulación del descuento o la amortización de la prima, de una obligación con valor nominal de \$100 y se redime dentro de 3 años con intereses del 13% simple anual pagaderos cada semestre. Suponga rendimientos del 10.5 % anual capitalizable por semestres.
3. ¿Cuál es el valor de compraventa el 1 de octubre de 2016 de los bonos con denominación de \$200 que se emitieron a la par el 1 de julio de 2013, pagando intereses del 11.2% anual en cupones trimestrales? Suponga que vencen el primer día de julio de 2017 y se ofrecen con rendimientos del 12.3% de interés anual capitalizable por trimestres. Haga el cuadro correspondiente en sus primeros cuatro renglones.
4. ¿En cuánto se transfieren el 10 de octubre de 2013, las obligaciones con valor nominal de \$200, se redimen a 112 dentro de 3 años, pagan intereses del 11% en cupones semestrales y ofrecen rendimiento con intereses del 13.8% anual capitalizable por semestre? Haga el cuadro de amortización de la prima o acumulación del descuento.
5. Obtenga el valor de compraventa de un bono de \$100 con redención a 108 en 4 años y medio, suponiendo que paga intereses del 11.7% anual en cupones semestrales y se ofrecen con el 13.2% de rendimiento anual capitalizable por semestres. Obtenga las utilidades para el comprador de los bonos y haga el cuadro correspondiente.
6. La compañía Galletas Mexicanas, S. A., colocó en el mercado bursátil obligaciones hipotecarias con valor nominal de \$100, vencimiento a la par en 5 años e intereses del 11.2% anual pagaderos en cupones cuatrimestrales. Obtenga el valor de compraventa 2 años después de su emisión con el 10.5% de rendimiento anual compuesto por cuatrimestres. Haga el cuadro de amortización de la prima en sus primeros cuatro renglones.
7. ¿Cuál es el valor de compraventa de los bonos que se emitieron a la par, pagando intereses del 14% en cupones semestrales, 3 años y medio antes de su redención? Su valor nominal es de \$100 y ofrecen rendimientos del 12% anual compuesto por semestres. Haga el cuadro correspondiente a la prima o el descuento, y obtenga las utilidades para el comprador de los bonos.

8. ¿Cuál es el valor nominal de las obligaciones que se redimen a 95, pagando intereses en cupones trimestrales de \$8.75? Suponga que 4 años antes de su redención se negocian en \$186,543.47 por cada millar, con una tasa del 13.2% de rendimiento anual, capitalizable por trimestres. ¿Con qué tasa de interés se emitieron? ¿De cuánto es la utilidad por cada obligación para el inversionista? Haga el cuadro de amortización de la prima o la acumulación del descuento en sus primeras cuatro filas.
9. Una empresa del ramo automotriz emitió y colocó en el mercado de valores obligaciones quirografarias con denominación de \$300, vencimiento a 6 años de plazo e intereses del 12.9% anual pagadero en cupones cuatrimestrales. ¿Cuál es su precio en el mercado, 2 años después de su emisión, si se ofrecen con el 13.65% de rendimiento anual capitalizable por cuatrimestres? Haga el cuadro de amortización de la prima o la acumulación del descuento en sus primeros renglones y suponga que:
  - a) Se redimen a la par.
  - b) Se redimen a 115.
10. El 15 de junio de 2018 se redimen las obligaciones de \$120 que una empresa refresquera emitió el 15 de octubre de 2012, pagando intereses del 8.4% anual en cupones cuatrimestrales. ¿En cuánto se negocian el 15 de febrero de 2016 con rendimiento del 12.6% anual capitalizable por cuatrimestres? Elabore el cuadro correspondiente a la prima o el descuento y suponga que se redimen a 110.
11. Una compañía de telefonía celular emitió obligaciones quirografarias con valor nominal de \$200, redimibles a 108, con intereses del 13% anual pagadero en cupones trimestrales. ¿Cuál es la utilidad para un inversionista que 5 años antes del vencimiento adquiere tales obligaciones con rendimiento del 12% de interés anual capitalizable por trimestres? ¿Cuál es el valor contable de su inversión, luego de cobrar el tercer cupón?
12. Encontrar el valor de redención de las obligaciones que se emitieron pagando intereses del 20% anual en cupones semestrales. Suponga que se redimen a 110 en un plazo de 4 años, ofrecen intereses del 21% efectivo y un paquete de 1,500 obligaciones se adquirió en \$251,196.15. Haga el cuadro de amortización de la prima o cancelación del descuento. ¿Cuál es el valor contable de la inversión poco después de cobrar el cupón número 5? ¿A cuánto ascienden las utilidades para el inversionista que adquirió el paquete?
13. ¿Cuál es el valor nominal de los bonos que se emitieron pagando intereses en cupones cuatrimestrales de \$9.20, se redimen a 90, y 5 años antes se comercializan en \$190,242.99 cada millar? Suponga una tasa de rendimiento del 12.3% compuesto por cuatrimestres. ¿Con qué tasa de interés se emitieron? ¿Cuál es su valor contable luego de cobrar el cuarto cupón? Haga el cuadro de amortización de la prima en sus primeros renglones.
14. ¿Con qué tasa de interés se emitieron las obligaciones con valor nominal de \$120 si 2,000 obligaciones se negocian en \$265,134.50, 3 años antes de su redención? Suponga que se redimen a 105 y se ofrecen con el 10.8% de rendimiento anual capitalizable por trimestres.  
Haga el cuadro en sus primeras cuatro filas.

Seleccione la opción correcta en los ejercicios 15 a 30. Justifique su elección.

15. ¿En cuánto se comercializa el 23 de enero de 2014 una obligación con valor nominal de \$100, que se redime a la par el 23 de julio de 2019, paga intereses en cupones trimestrales de \$5.60 y se pretenden rendimientos del 14.4 anual capitalizable por trimestre?
  - a) \$130.04
  - b) \$127.43
  - c) \$125.91
  - d) \$132.93
  - e) Otra: \_\_\_\_\_
16. ¿Cuál es el valor contable de los bonos 16 meses antes de su vencimiento, si pagan intereses del 15.3% en cupones cuatrimestrales y rendimientos del 13.8% anual capitalizable por cuatrimestre? Suponga que se redimen a la par dentro de 3 años y su valor nominal es de \$200.
  - a) \$193.08
  - b) \$201.23
  - c) \$194.45
  - d) \$197.62
  - e) Otra: \_\_\_\_\_

17. ¿Cuál es el valor nominal de los bonos que el 3 de abril de 2013 se cotizaron en \$144,919.67 cada millar, se redimen a 95 el 3 de abril de 2017, pagan intereses del 12.6% anual en cupones bimestrales y tienen un rendimiento del 10.5% nominal bimestral?
- a) \$200                      b) \$140                      c) \$180                      d) \$150                      e) Otra: \_\_\_\_\_
18. Una empresa del sector turismo emitió obligaciones con valor nominal de \$200 y 6 años de plazo. ¿En cuánto se transfieren 21 meses después de su emisión si los intereses que se ofrecen se pagan cada 3 meses en cupones de \$6.50 cada uno? Considere que se redimen a 104 y se ofrecen con rendimiento del 14.7% anual capitalizable por trimestres.
- a) \$198.45                      b) \$189.73                      c) \$192.47                      d) \$193.73                      e) Otra: \_\_\_\_\_
19. La compañía Pastas y Galletas de México colocó en el mercado bursátil obligaciones quirografarias con valor nominal de \$150, vencimiento a 98 en 7 años e intereses del 13.2% anual pagaderos en cupones semestrales. Obtenga el valor de compraventa 3 años después de su emisión considerando 14.1% de rendimiento anual capitalizable por semestres.
- a) \$144.24                      b) \$153.09                      c) \$160.38                      d) \$148.97                      e) Otra: \_\_\_\_\_
20. ¿Cuál es el valor nominal de los bonos que corresponden al siguiente cuadro de acumulación del descuento? Suponga 25 bimestres de plazo, que se redimen a 115, y los cupones son bimestrales.

Periodo	Intereses	Cupón	Diferencia	Valor contable
0	—	—	—	174.6287409
1	3.492574818	3.20	0.292574818	174.9213157
2	3.498426314	3.20	0.298426314	175.219742

- a) \$160                      b) \$190                      c) \$140                      d) \$150                      e) Otra: \_\_\_\_\_
21. ¿Cuál es el valor contable al vencer el decimosexto cupón de los bonos del ejercicio 20?
- a) \$176.7351                      b) \$175.4392                      c) \$178.0983                      d) \$178.9987                      e) Otra: \_\_\_\_\_
22. ¿En cuánto se transfieren los bonos del ejercicio 20 cuando faltan 15 periodos bimestrales?
- a) \$178.45                      b) \$176.93                      c) \$177.83                      d) \$179.95                      e) Otra: \_\_\_\_\_
23. ¿Cuál es el valor al vencimiento de las obligaciones que corresponden al siguiente cuadro de amortización de la prima? Suponga que se redimen a 108, y son 14 cupones cuatrimestrales en el plazo.

Periodo	Intereses	Cupón	Amortización	Valor contable
0	—	—	—	149.9558498
1	5.248454743	6.40	1.151545257	148.8043045
2	5.208150658	6.40	1.191849342	147.6124552

- a) \$100                      b) \$140                      c) \$120                      d) \$130                      e) Otra: \_\_\_\_\_
24. ¿A cuánto ascienden las utilidades para quien compra 10,000 obligaciones con las del ejercicio 23?
- a) \$496,529.35                      b) \$524,673.42                      c) \$596,441.50                      d) \$603,962.75                      e) Otra: \_\_\_\_\_
25. ¿Por qué cantidad es la prima en las obligaciones del ejercicio 23?
- a) \$22.4281                      b) \$20.3558                      c) \$19.6318                      d) \$21.0632                      e) Otra: \_\_\_\_\_

26. Una compañía de aeronáutica emitió obligaciones con valor nominal de \$100, que vencen a 112, plazo de 6 años e intereses del 15% anual en cupones bimestrales. ¿Por qué cantidad son la prima o el descuento si se ofrecen con el 11.4% anual capitalizable por bimestres 1.5 años después de su emisión?
- a) \$7.10                      b) \$6.90                      c) \$8.50                      d) \$7.80                      e) Otra: \_\_\_\_\_
27. ¿De cuánto son las utilidades para el señor Casillas si invierte 1.5 millones de pesos en las obligaciones del ejercicio 26?
- a) \$638,491.35              b) \$728,063.91              c) \$747,495.83              d) \$813,905.62              e) Otra: \_\_\_\_\_
28. ¿Cuál es el valor nominal de los bonos que se emitieron pagando intereses del 9.6% en cupones trimestrales, se redimen a 85 y cuatro años antes se comercializan en \$145,874.20 cada millar? Suponga el 12.8% de rendimiento anual convertible por trimestres.
- a) \$150                      b) \$170                      c) \$180                      d) \$200                      e) Otra: \_\_\_\_\_
29. ¿Cuál es el valor contable luego de cobrar el noveno cupón en los bonos del ejercicio 28?
- a) \$149.44                      b) \$148.03                      c) \$150.32                      d) \$147.62                      e) Otra: \_\_\_\_\_
30. ¿De cuánto son la prima o el descuento de los bonos del ejercicio 28?
- a) \$7.68                      b) \$9.25                      c) \$7.13                      d) \$8.03                      e) Otra: \_\_\_\_\_



## 9.6 Precio entre fechas de cupón

Es evidente que no es necesario esperar hasta la fecha de vencimiento de algún cupón para adquirir bonos y obligaciones, sino que se pueden comprar antes, es decir, *entre dos fechas de cupón*.

La operación de compraventa puede realizarse de dos maneras, dependiendo de la inclusión o no, de los intereses del cupón que corresponde al periodo en el que se transfiere. Si en la compraventa se incluyen tales intereses, entonces el valor en que se negocian se conoce como *precio neto* o *precio efectivo*, pero si no se incluyen, entonces el valor de compraventa se conoce como *precio de mercado*.

### Precio de mercado

Para hallar el precio de mercado  $C$  en la compraventa de bonos y obligaciones, se obtienen dos valores,  $C_0$  y  $C_1$ , que son, respectivamente, los precios de adquisición en las dos fechas de cupón, entre las que se localiza la de compraventa, luego, se suma o se resta la parte proporcional de esta diferencia al primero de los dos valores, es decir, a  $C_0$ , tal como se aprecia en los siguientes ejemplos:

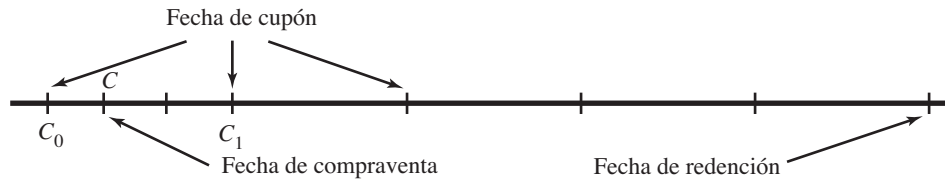
### Ejemplo 1

#### Precio de mercado de un bono

¿Cuál es el precio de mercado de un bono con valor nominal de \$100, 14 meses antes de su redención a la par, si paga intereses del 14% en cupones trimestrales y se pretenden rendimientos del 16% anual capitalizable por trimestres?

#### Solución

En el diagrama de tiempo de la figura 9.3 se observan las fechas de redención, de compraventa y de vencimiento de cupones. También se ve que entre la fecha donde está  $C$  hasta la fecha de vencimiento hay 4 periodos de 3 meses cada uno.

**Figura 9.3**

Para  $C_0$  el plazo es  $np = 5$  trimestres, en tanto que los otros valores que se reemplazan en la ecuación 9.1 son:

$N = 100$ , el valor nominal del bono, igual al valor de redención  $M$

$r = 0.14$ , la tasa de interés que paga la emisora

$p = 4$ , porque los cupones son trimestrales

$R = 100(0.14/4) = 3.50$ , el valor de cada cupón

$i = 0.16$ , la tasa de rendimiento anual

Entonces:

$$C_0 = 100 \left( 1 + \frac{0.16}{4} \right)^{-5} + 3.50 \left[ \frac{1 - (1.04)^{-5}}{0.04} \right]$$

$$C_0 = 100(0.8219271068) + 3.50(4.45182233)$$

$$C_0 = 82.19271068 + 15.58137816 \quad \text{o bien,} \quad C_0 = 97.77408884$$

Cuando faltan 4 trimestres, el valor del bono y sus cupones son:

$$C_1 = 100(1.04)^{-4} + 3.50 \left[ \frac{1 - (1.04)^{-4}}{0.04} \right]$$

$$C_1 = 85.4804191 + 12.70463329$$

o bien,

$$C_1 = 98.18505239$$

Quiere decir que el incremento que tiene el valor del bono en 3 meses es la diferencia:

$$\begin{aligned} C_1 - C_0 &= 98.18505239 - 97.77408884 \\ &= 0.41096355 \end{aligned}$$

y, por consecuencia, el incremento que se tiene en un mes es  $1/3$  de este resultado, es decir:

$$0.41096355(1/3) = 0.13698785$$

Para el precio de mercado, 14 meses antes de la redención, se suma este valor a  $C_0$ .

$$C = C_0 + 0.13698785$$

$$C = \$97.91107669$$

Una gráfica para ilustrar los valores anteriores es la figura 9.4, donde sobre el eje horizontal se representa el tiempo, y sobre el vertical, los valores de compraventa  $C_0$ ,  $C_1$  y  $C$ .

En la misma gráfica se observa que el precio de mercado aumenta con el tiempo hasta llegar al valor de redención de \$100, mientras que el valor a la par permanece constante, por lo cual la línea superior del triángulo se mantiene paralela al eje horizontal.

Si la obligación o el bono se compran con prima, el precio de mercado se reduce y la línea que lo representa en la gráfica estaría por encima de la línea horizontal que corresponde al valor a la par.

También es cierto que si el documento se redime con descuento, por ejemplo a 92, la “base” del triángulo sería inclinada y decrecería con el tiempo, y si se redime con premio, la altura de dicha recta crecería con el tiempo.

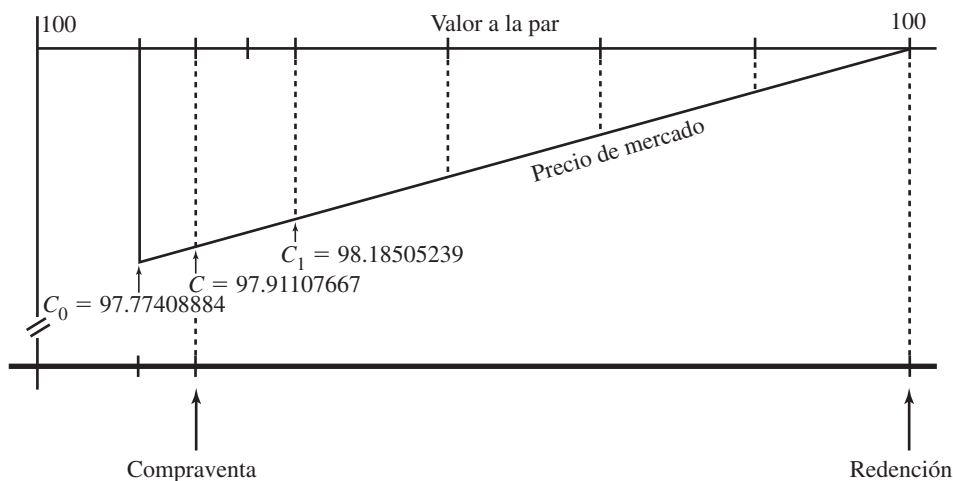


Figura 9.4

En este caso, el valor de compraventa crece de un trimestre a otro, porque el bono se compra con descuento; si se compra con premio, entonces el precio se reduce de un periodo a otro, como se observa en el ejemplo siguiente.

## Ejemplo 2

### Precio entre fechas de cupón de una obligación

El 12 de marzo de 2013 se compra una obligación con valor nominal de \$80, se redime a 125 el 1 de junio de 2017, paga intereses en cupones cuatrimestrales de \$11 el primer día de los meses de febrero, junio y octubre de cada año. ¿Cuál es el precio si se logran rendimientos del 21.3% anual capitalizable por cuatrimestres?

### Solución

La gráfica de la figura 9.5 es un auxiliar para plantear y resolver el ejemplo.

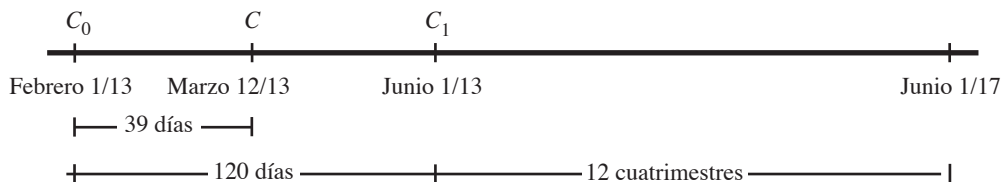


Figura 9.5

El precio de la obligación el 1 de febrero de 2013, puesto que faltan 13 cuatrimestres para su vencimiento y su valor de vencimiento es  $M = 80(1.25) = 100$ , es:

$$C_0 = 100 \left( 1 + \frac{0.213}{3} \right)^{-13} + 11 \left[ \frac{1 - (1.071)^{-13}}{0.071} \right]$$

$$C_0 = 100(0.409955653) + 11(8.310483763)$$

$$C_0 = 40.99556528 + 91.41532139$$

$$C_0 = 132.4108867$$

El 1 de junio es:

$$C_1 = 100(1.071)^{-12} + 11 \left[ \frac{1 - (1.071)^{-12}}{0.071} \right]$$

$$C_1 = 43.90625041 + 86.90580922$$

$$C_1 = 130.8120596$$

La diferencia entre los dos es:

$$C_0 - C_1 = 1.5988271$$

y se multiplica por la fracción  $39/120 = 0.325$ , que corresponde a la parte proporcional de los días que hay entre las tres fechas, es decir, para la compraventa habrán transcurrido 39 días de los 120 que hay en el cuatrimestre del 1 de febrero al 1 de junio siguiente.

$$1.5988271(0.325) = 0.519618775$$

Éste se resta de  $C_0$ , porque el precio de mercado se reduce con el tiempo, es decir que la obligación se adquiere con prima.

$$C = 132.4108867 - 0.519618775$$

$$C = 131.8912679 \text{ o bien, } C = \$131.8913$$

### Precio neto o efectivo

Si la compraventa se realiza entre dos fechas de cupón, el vendedor o propietario primario habrá mantenido su inversión durante un lapso del periodo de intereses, sin obtener beneficio alguno y, por otro lado, el comprador recibirá el pago total por el cupón correspondiente, a pesar de que no ha transcurrido un periodo completo desde el momento que hizo su inversión, para tener derecho a recibir el total de los intereses.

Es de justicia elemental que el comprador le pague al vendedor la parte proporcional del cupón que cobrará luego de la transacción, y para evaluar esta parte proporcional, que llamaremos con  $R_1$ , se multiplica el valor del cupón por la fracción  $p/q$ , donde  $p$  es el tiempo que hay entre la compraventa y la fecha de cupón anterior y  $q$  es el que hay entre las fechas de los cupones.

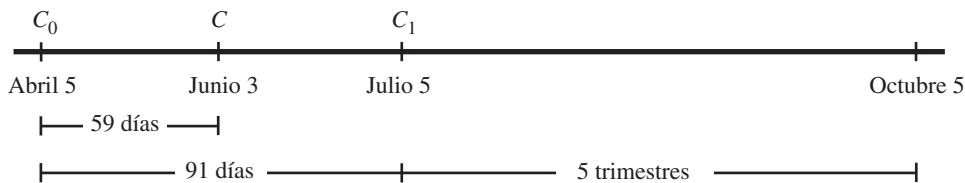
Esto es similar a lo que se ha hecho para el precio de mercado con las diferencia entre  $C_0$  y  $C_1$  y entre  $C_0$  y  $C$ .

**Ejemplo 3****Precio neto de una obligación y utilidades**

¿Cuál es el precio efectivo el 3 de junio de una obligación con valor nominal de \$100, que se redime el 5 de octubre del año siguiente y paga intereses del 11.2% anual en cupones que vencen el quinto día de los meses de enero, abril, julio y octubre de cada año? Suponga que las obligaciones se redimen a la par y se gana el 7.8% de rendimiento anual compuesto por trimestres. Obtenga la utilidad para el inversionista.

**Solución**

- a) En el diagrama de tiempos de la figura 9.6 se aprecian las fechas de cupón, de compraventa y el número de días entre ellas.

**Figura 9.6**

Para  $C_0$ , puesto que el plazo es de 6 trimestres y el valor de cada cupón es  $R = 100(0.112/4) = 2.80$ , es:

$$C_0 = 100 \left( 1 + \frac{0.78}{3} \right)^{-6} + 2.80 \left[ \frac{1 - (1.026)^{-6}}{0.026} \right]$$

$$C_0 = 100(0.857266466) + 2.80(5.489751327)$$

$$C_0 = 85.72664655 + 15.37130372 \quad \text{o bien,} \quad C_0 = 101.0979503$$

El plazo para  $C_1$  es de 5 trimestres, por eso:

$$C_1 = 100(1.026)^{-5} + 2.80 \left[ \frac{1 - (1.026)^{-5}}{0.026} \right]$$

$$C_1 = 87.95553936 + 12.97095761$$

o bien,  $C_1 = 100.926497$

La diferencia entre  $C_0$  y  $C_1$  es:

$$C_0 - C_1 = 0.1714533$$

Debe multiplicarse por la fracción 59/91, que es la parte proporcional entre las fechas de cupón y de compraventa. El resultado se resta de  $C_0$  para obtener el precio de mercado el 3 de junio.

$$0.1714533(59/91) = 0.11116203$$

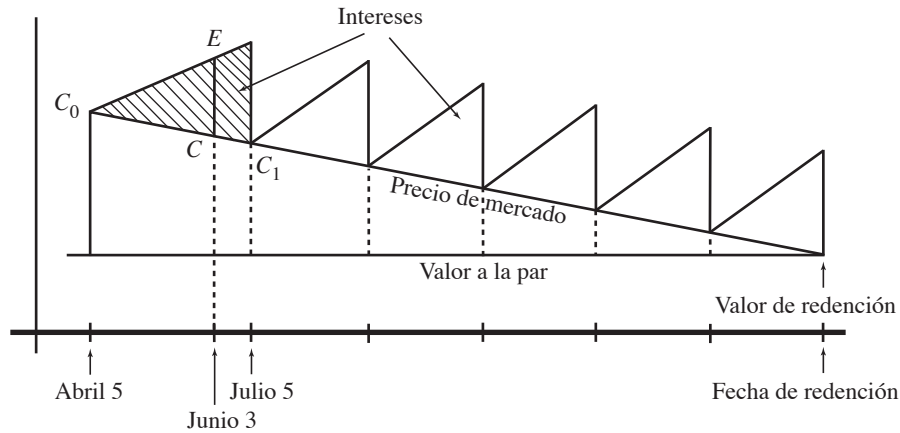
$$C = 101.0979503 - 0.11116203$$

$$C = 100.9867883$$

o bien, redondeando  $C = \$100.9868$

Significa que la obligación se adquiere con un premio de \$0.9868, aproximadamente, esto es, la diferencia entre  $C$  y el valor de redención.

En la figura 9.7 se aprecia cómo el precio de mercado se reduce con el tiempo, y la parte proporcional que corresponde a los intereses,  $R'$ , del cupón que vence el 5 de julio.



**Figura 9.7**

Los intereses de un trimestre son  $R = 2.80$ , por lo que la porción que deberá pagar el comprador es:

$$R' = (59/91)(2.80) = 1.815384615$$

el precio efectivo es, por lo tanto:

$$E = 100.9867883 + 1.815384615 \quad E = C + R'$$

$$E = 102.8021729$$

$$E = \$102.80, \text{ aproximadamente.}$$

- b) Las utilidades para el inversionista que adquiere estas obligaciones son la diferencia entre el precio neto y lo que posteriormente recibirá por los cupones y la obligación, es decir:

$$I = 100.00 + 5(2.80) - 102.80$$

$$I = 114.00 - 102.80 \quad \text{o bien,} \quad I = \$11.20$$

#### **Ejemplo 4**

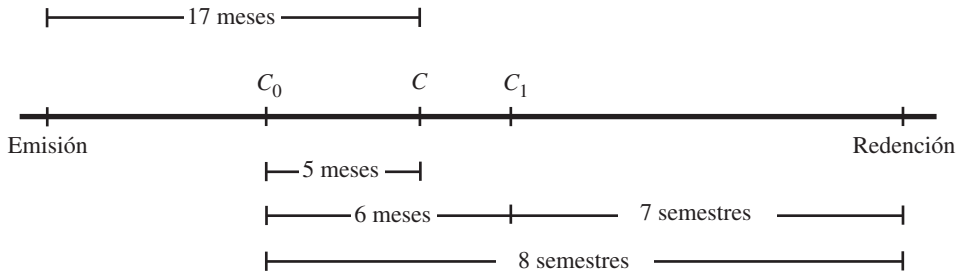
##### **Precio de mercado, precio neto, descuento, tasa de interés y utilidades en la compra de bonos**

Un bono con valor nominal de \$90 se redime a 110, 5 años después de su emisión, pagando intereses en cupones semestrales de \$5.30 cada uno. Diecisiete meses después de la emisión, se transfiere con rendimiento del 15% de interés efectivo, determinar:

- El precio de mercado del bono.
- El precio neto o efectivo.
- El descuento o la prima con la que se adquieren.
- La tasa de interés que paga la emisora.
- La utilidad para el inversionista que compra los bonos.

**Solución**

En el diagrama de tiempo de la figura 9.8 se aprecian las fechas y los plazos para  $C_0$ ,  $C_1$  y  $C$ .

**Figura 9.8**

- a) El valor de redención es  $M = 1.10(90) = 99$ , el plazo para  $C_0$  es de 8 semestres y la tasa de rendimiento anual es del 14.4761058% capitalizable por semestres, equivalente al 15% efectivo, ya que:

$$\left(1 + \frac{i}{2}\right)^2 = 1.15$$

De donde:

$$1 + \frac{i}{2} = \sqrt{1.15} = 1.072380529$$

$$i = (1.072380529 - 1)2 \quad \text{o bien,} \quad i = 0.144761058$$

Entonces:

$$C_0 = 99(1.072380529)^{-8} + 5.30 \left[ \frac{1 - (1.072380529)^{-8}}{0.072380529} \right]$$

$$C_0 = 99(0.571753248) + 5.30(5.916601582)$$

$$C_0 = 56.60357151 + 31.35798838 \quad \text{o bien,} \quad C_0 = 87.96155989$$

Para  $C_1$  el plazo es de 7 semestres, por eso:

$$C_1 = 99(1.072380529)^{-7} + 5.30 \left[ \frac{1 - (1.072380529)^{-7}}{0.072380529} \right]$$

$$C_1 = 60.70056796 + 28.32769618 \quad \text{o bien,} \quad C_1 = 89.02826414$$

La diferencia es:

$$C_1 - C_0 = 1.06670425$$

Que se multiplica por 5/6, en tanto que lo que resulta se suma a  $C_0$  para obtener el precio de mercado, es decir:

$$C = C_0 + 1.06670425(5/6)$$

$$C = 87.96155989 + 0.888920208$$

$$C = 88.8504801 \quad \text{o bien, redondeando} \quad C = \$88.85$$

- b) Para el precio neto o efectivo, al precio de mercado se le suma la parte proporcional del valor de un cupón.

$$R' = 5.30(5/6)$$

o bien,

$$R' = \$4.4166667$$

Por lo tanto:

$$E = C + R'$$

$$E = 88.8504801 + 4.4166667$$

$$E = 93.26714677 \quad \text{o bien,} \quad E = \$93.27$$

- c) El descuento es igual a la diferencia entre este precio neto y el de rendimiento o vencimiento, es decir:

$$D = 99.00 - 93.27 \quad \text{o bien,} \quad D = \$5.73$$

- d) La tasa de interés con la que se emitieron los bonos es  $r$  tal que:

$$5.30 = 90(r/2) \quad R = N(r/p)$$

de donde:

$$r = 5.30(2)/90$$

$$r = 0.11\bar{7} \quad \text{o bien,} \quad 11.\bar{7}\% \text{ anual}$$

- e) Las utilidades para el inversionista que compra los bonos son

$$I = 99 + 5.30(7) - 93.27$$

$$I = 136.10 - 93.27 \quad \text{o bien,} \quad I = \$42.83 \text{ por cada uno.}$$

### Ejercicios 9.6

1. ¿Qué significa que una obligación se transfiera entre fechas de cupón?
2. ¿Cuál es la diferencia entre el precio de mercado y el precio efectivo de una obligación o un bono?
3. ¿Cuál es el precio de mercado de una obligación con denominación de \$100, 3.5 años antes de su redención, si paga intereses del 12.3% anual en cupones cuatrimestrales, y se pretenden rendimientos del 15.6% anual capitalizable por cuatrimestres?
4. Un bono de \$80 se redime a 120 pagando intereses en cupones semestrales de \$6.00 cada uno. ¿Cuál es el precio de mercado 7 cuatrimestres antes de su vencimiento si el inversionista que los compra gana el 13.7% anual capitalizable por semestres? ¿De cuánto es la prima o el descuento?
5. Obtenga las utilidades para un inversionista que adquiere obligaciones con denominación de \$100, se redimen a 95 y pagan intereses del 11.6% anual en cupones que vencen cada trimestre. Suponga que las compra el 5 de abril, vencen el 30 de julio del año siguiente con rendimientos del 18% anual capitalizable por trimestres, y las adquiere a precio de mercado.

6. ¿Cuál es el precio de mercado el 19 de marzo de 2012 de los bonos con valor nominal de \$120, pagan intereses en cupones bimestrales de \$5.56 cada uno, se redimen el 1 de noviembre de 2016 y generan rendimientos del 29% efectivo para quien los compra? Suponga que se redimen a 95; obtenga la prima o descuento, la utilidad para el inversionista, y la tasa de interés que paga la emisora.
7. El señor Cortés compra 3,000 obligaciones con valor nominal de \$100. ¿De cuánto serán sus utilidades si le pagan intereses del 10.59% anual en cupones que vencen el primer día de los meses de marzo, julio y noviembre de cada año, generan rendimientos del 16.2% anual capitalizable por cuatrimestres, se redimen a 92 el primer día del mes de julio de 2018 y las compra el 10 de abril de 2013? Considere el precio de mercado y obtenga el descuento.
8. En el ejercicio 7, ¿cuánto recibirá por sus obligaciones el señor Cortés el 20 de mayo de 2015 con las mismas tasas de rendimiento e intereses y con qué descuento se las compran?
9. ¿Cuál es el precio neto de una obligación de \$200 que se redime a 115 el 5 de septiembre de 2017, paga intereses del 15% anual en cupones que vencen el 5 de septiembre y el 5 de marzo de cada año? Suponga que se compran el 23 de julio de 2013 con rendimientos del 20% anual capitalizable por semestres; obtenga el descuento con el que se compran.
10. ¿Con qué prima o descuento se compran, el 21 de febrero de 2012, los bonos con valor nominal de \$100 que se redimen a 115 el 6 de enero de 2015, pagan intereses en cupones trimestrales de \$4.80 el sexto día de los meses de enero, abril, julio y octubre de cada año? Suponga que al comprarlos se logran rendimientos del 16.4% anual capitalizable por trimestres y se compran:

  - a) A precio de mercado.
  - b) A precio neto o efectivo.
11. ¿Cuál es el precio neto de las obligaciones que se redimen a 120, pagan intereses del 18.2% anual en cupones semestrales, su denominación es de \$80, se redimen a 2 años y 8 meses después de la compraventa, y se adquieren con el 10.8% de rendimiento anual capitalizable por semestres? ¿De cuánto son las utilidades para quien las compra? ¿De cuánto es la prima?
12. ¿Cuál es el precio neto o efectivo el 13 de mayo de una obligación con valor nominal de \$150, que se redime el 5 de diciembre del año siguiente y paga intereses del 12.4% anual en cupones bimestrales que vencen el quinto día de los meses pares del año? Suponga rendimientos del 19.2% anual capitalizable por bimestres y que se redimen:

  - a) La par.
  - b) A 120.
13. Un bono con valor nominal de \$100 se redime a 105, 4 años después de su emisión, pagando intereses en cupones cuatrimestrales de \$7.00 cada uno. Quince meses después de la emisión, se compra con rendimientos del 16.05% anual capitalizable por cuatrimestres, para el inversionista, obtenga:

  - a) El precio de mercado.
  - b) El precio efectivo del bono.
  - c) El descuento, o la prima, con el que se adquieren, considerando el precio efectivo.
  - d) La tasa de interés anual con que fueron emitidos.
  - e) La utilidad para el inversionista que compra los bonos.
14. El 19 de octubre de 2011 se negocian obligaciones con valor nominal de \$90. Determine el precio

neto si se redimen a 120 el 30 de mayo de 2016, fueron emitidas pagando intereses del 10.8% anual en cupones semestrales que vencen el día 30 de los meses de mayo y noviembre de cada año, y se ofrecen con rendimiento anual del:

- a) 14.6% capitalizable por semestres.      b) 14% efectivo.

15. ¿A cuánto ascienden las utilidades para un inversionista que el 3 de marzo de 2012 adquiere 10,000 obligaciones con valor nominal de \$100? Suponga que se redimen a la par el primer día de 2016, fueron emitidas con intereses en cupones trimestrales de \$4.75 cada uno y se compran con rendimientos del 14.4% anual capitalizable por trimestres. Suponga precio de mercado.
16. El 10 de febrero de 2013 se emitieron bonos con valor nominal de \$90, se redimen a 125, 5 años después, pagando intereses del 11.4% anual en cupones cuatrimestrales. ¿Cuánto deberá pagarse por cada uno el 27 de abril de 2015 si se ofrecen con rendimientos del 13.2% anual compuesto por cuatrimestres, suponiendo:
- a) El precio de mercado?      b) El precio efectivo?

En los ejercicios 17 a 30 seleccione la opción correcta. Justifique su elección.

17. Obtenga las utilidades para un inversionista que compra bonos con valor nominal de \$150, que se redimen a 104 y pagan intereses del 13.8% en cupones que vencen el tercer día de los meses de marzo, julio y noviembre de cada año. Suponga que vencen el día 3 de marzo de 2015, se negocian el 25 de abril de 2012, ofrecen rendimiento del 10.5% anual capitalizable por cuatrimestres y se compran 25 mil bonos. Resuelva con precio neto.
- a) \$702,425.36      b) \$825,793.03      c) \$774,135.98      d) \$698,963.42      e) Otra: \_\_\_\_\_
18. ¿A cuánto ascienden las utilidades si en los bonos del ejercicio 17 se considera el precio de mercado?
- a) \$798,633.48      b) \$830,339.87      c) \$816,423.61      d) \$765,963.91      e) Otra: \_\_\_\_\_
19. ¿Cuál fue el precio de mercado el 10 de octubre de 2011 de las obligaciones con valor nominal de \$150, que pagan intereses en cupones bimestrales de \$4.80 cada uno, vencen el 22 de noviembre de 2016 y ofrecen rendimientos del 15% efectivo? Suponga que se redimen a 110.
- a) \$184.76      b) \$182.25      c) \$176.93      d) \$180.09      e) Otra: \_\_\_\_\_
20. En el ejercicio 19, ¿de cuánto es la prima o descuento?
- a) \$20.60      b) \$16.63      c) \$19.76      d) \$14.90      e) Otra: \_\_\_\_\_
21. ¿Cuál es la tasa de interés que paga la emisora en el ejercicio 19?
- a) 17.6%      b) 18.9%      c) 19.2%      d) 16.3%      e) Otra: \_\_\_\_\_
22. ¿De cuánto son las utilidades para un inversionista que compra 8 mil obligaciones en las condiciones del ejercicio 19?
- a) \$875,490      b) \$903,429      c) \$993,920      d) \$937,429      e) Otra: \_\_\_\_\_
23. ¿Cuál es el precio efectivo el 4 de febrero de una obligación con valor nominal de \$100, que vence a la par el 20 de diciembre del año siguiente y paga intereses del 8.4% en cupones trimestrales? Considere que vencen a 115 y se compran con rendimiento del 10.4% nominal trimestral.
- a) \$110.09      b) \$108.38      c) \$111.93      d) \$112.35      e) Otra: \_\_\_\_\_
24. ¿De cuánto es la prima o descuento con que se adquieren las obligaciones del ejercicio 23?
- a) \$6.03      b) \$4.91      c) \$5.65      d) \$5.10      e) Otra: \_\_\_\_\_

25. ¿Cuál es el valor contable de las obligaciones del ejercicio 23 el día 1 de enero intermedio? Considere precio neto.
- a) \$110.71      b) \$110.03      c) \$111.69      d) \$112.01      e) Otra: \_\_\_\_\_
26. ¿Cuánto logra por utilidades un inversionista que compra 10 mil bonos con valor nominal de \$100, y rendimiento del 14.4% anual capitalizable por cuatrimestres? Considere que los adquiere el 19 de marzo de 2013, vencen a la par el 30 de abril de 2018, la emisora paga intereses en cupones cuatrimestrales de \$6.25 cada uno y compra a precio neto.
- a) \$825,409.63      b) \$741,756.60      c) \$903,429.75      d) \$698,783.03      e) Otra: \_\_\_\_\_
27. En el ejercicio 26, ¿de cuánto es el descuento a la prima por cada bono?
- a) Prima de \$21.29      b) Descuento de \$22.03      c) Descuento de \$24.65  
d) Prima de \$19.57      e) Otra: \_\_\_\_\_
28. ¿Cuál es el valor en libros el 30 de junio de 2014 de los bonos en el ejercicio 26?
- a) \$114.08      b) \$115.71      c) \$113.93      d) \$116.93      e) Otra: \_\_\_\_\_
29. Un bono con valor nominal de \$100 se redime a 110, 5 años después, pagando intereses en cupones semestrales del 12.84%, 20 meses después de su emisión, se compra con el 13.9% de rendimiento anual capitalizable por semestre. ¿Cuál es el precio neto o efectivo?
- a) \$108.63      b) \$110.03      c) \$103.91      d) \$105.78      e) Otra: \_\_\_\_\_
30. ¿Cuánto gana un inversionista que gasta 1.75 millones de pesos, en obligaciones quirografarias con valor al rendimiento de \$175, cupones bimestrales de \$5.60 cada uno y descuento de \$10.62 por cada obligación? Suponga que se adquieren 3 años antes de vencer.
- a) \$1'029,306.42      b) \$995,687.32      c) \$1'186,177.32      d) \$980,624.73      e) Otra: \_\_\_\_\_



## 9.7 Obtención de la tasa de rendimiento

Es posible que la tasa de rendimiento  $i$  no sea parte de los datos, como en los ejemplos que aquí se han resuelto, sino que se tenga que evaluar para que el inversionista o su asesor financiero elijan la mejor alternativa de inversión, es decir, la que produzca mayores dividendos, al compararla con otras tasas.

Para hallar esta tasa de rendimiento anual  $i$  en la compra de bonos y obligaciones, existen básicamente tres métodos:

- Con la tasa promedio o de promedios.
- Con interpolación.
- Con “prueba y error” o método iterativo.

El primero, que se conoce como el *método de los comerciantes de obligaciones*, no es muy preciso, pero es el que más utilizan los agentes o corredores de bolsa, posiblemente porque es de fácil aplicación. Consiste en utilizar la fórmula que se justifica en el primer ejemplo de esta sección.

El segundo, más preciso que el primero, consiste en hacer interpolaciones tal como se explica con los ejemplos siguientes.

El tercero, que ya se ha utilizado en algunos ejemplos donde la incógnita es la tasa de interés, consiste en hacer iteraciones o tanteos de manera sucesiva hasta lograr el grado de precisión deseado. El ejemplo 5 de la presente sección así se resuelve.

Es recomendable hallar la *tasa promedio*, con el primer método, antes de utilizar los métodos *iterativo* o el de *interpolaciones*.

## Tasa promedio

### Ejemplo 1

#### Desarrollo de una fórmula para la tasa promedio

Un bono de \$100 se redime a la par en un plazo de 5 años, paga intereses en cupones semestrales de \$8.00 cada uno y su precio de mercado es de \$108. ¿Cuál es la tasa de rendimiento anual?

#### Solución

El bono en la compraventa tiene un valor contable, es decir, el precio de mercado, de \$108. Al cabo de 5 años tendrá un valor de \$100 y, por lo tanto, se está adquiriendo con un premio de \$8.

La semisuma de los dos valores, llamada *inversión promedio* para el comprador de los bonos, es:

$$\begin{aligned}\text{Inversión promedio} &= (C + M)/2 \\ I.P. &= (108 + 100)/2\end{aligned}$$

o bien,

$$I.P. = 104$$

Note que esta inversión promedio es independiente si el bono se compra con prima o con descuento. La prima de \$8 deberá amortizarse durante los 10 semestres que faltan para la redención del bono y, por lo tanto, la que se llama *amortización promedio por periodo* estará dada por el cociente.

$$\begin{aligned}A.P. &= \frac{108 - 100}{10} \\ A.P. &= 8/10 \quad \text{o bien,} \quad A.P. = 0.8\end{aligned}$$

que en general será:

$$\text{Amortización promedio} = \frac{C - M}{np}$$

donde el numerador es la prima, o el descuento, y el denominador  $np$  es el número de cupones pendientes de cobrar, es decir, los que hay entre la compraventa y el vencimiento del documento.

Si esta amortización promedio se resta del valor de cada cupón, se obtiene el *rendimiento por periodo*, que en este caso será:

$$8.00 - 0.8 = 7.2$$

ya que los intereses de cada cupón son  $R = 8.00$ .

Al dividir el rendimiento por periodo entre la inversión promedio se obtiene la que se conoce como *tasa de rendimiento promedio*, es decir,

$$i = 7.20/104 \quad \text{o bien,} \quad i = 0.069230769$$

por periodo semestral. Si se multiplica por 2, se obtiene la tasa de rendimiento anual

$$0.069230769(2) = 0.138461539 \quad \text{o bien,} \quad 13.846\%, \text{ aproximadamente}$$

Para generalizar, se observa que la *tasa de rendimiento promedio* es igual al cociente

$$i = \frac{\text{Rendimiento por periodo}}{\text{Inversión promedio}}$$

donde la inversión promedio es  $(C + M)/2$  y el rendimiento por periodo es igual al valor de cada *cupón*  $R$ , menos la amortización promedio  $(C - M)/np$ , es decir, el rendimiento por periodo es:

$$\begin{aligned} R - (C - M)/np &= [R(n)p - (C - M)]/np \\ &= (Rnp - C + M)/np \quad -(a - b) = -a + b \end{aligned}$$

En consecuencia, la tasa de rendimiento por periodo es:

$$\begin{aligned} i &= \frac{\frac{(Rnp - C + M)}{np}}{\frac{(C + M)}{2}} \\ i &= \frac{2[Rnp - C + M]}{np(C + M)} \end{aligned}$$

Al multiplicar este resultado por el número de periodos por año,  $p$ , se obtiene la fórmula del siguiente teorema, ya que  $p$  se cancela.

### Teorema 9.2

En la compraventa de bonos y obligaciones la *tasa de rendimiento promedio anual* es aproximadamente igual a:

$$i = \frac{2[R(np) - C + M]}{n(C + M)}$$

donde:

- $R = N(r/p)$ , el valor de cada cupón
- $C$ , el valor de compraventa o precio de mercado
- $M$ , el valor de redención de la obligación o bono
- $n$ , el plazo en años
- $p$ , la frecuencia de conversión, el número de cupones por año
- $np$ , el número de cupones pendientes de cobrar

### Ejemplo 2

#### Tasa promedio anual

Resolver el ejemplo 1 con el teorema 9.2.

#### Solución

En la ecuación del teorema se reemplazan:

- $M = 100$ , el valor de redención, igual al valor nominal
- $C = 108$ , el precio de mercado, de compraventa
- $R = 8.00$ , el valor de cada cupón
- $p = 2$ , los cupones son semestrales
- $n = 5$ , el plazo en años
- $np = 5(2) = 10$ , el número de cupones

La tasa de rendimiento promedio anual es entonces:

$$i = \frac{2[8.00(10) - 108 + 100]}{5(108 + 100)}$$

$$i = 144/1040$$

$$i = 0.138461539 \quad \text{o bien,} \quad 13.846\% \quad \text{que es igual a la anterior.}$$

### Ejemplo 3

#### Tasa promedio anual

Obtener la tasa de rendimiento aproximada si una obligación de \$80 redimible a la par en 4 años de plazo se ofrece, en el mercado de valores, a 92.5 y paga intereses del 15% anual en cupones trimestrales.

#### Solución

El precio de mercado es el 92.5% del valor de redención, es decir  $C = 0.925(80) = 74$ ; se compran con descuento. Los otros números que se sustituyen en la ecuación 9.2 son:

$M = 80$ , el valor de redención, igual al valor nominal

$r = 0.15$ , la tasa de interés que paga la emisora

$p = 4$ , porque los intereses se pagan cada trimestre

$R = 80(0.15/4) = 3.00$ , el valor de cada cupón

$n = 4$  años, el plazo

$np = 16$ , el número de trimestres

Entonces, la tasa promedio anual es:

$$i = \frac{2[3(16) - 74 + 80]}{4(74 + 80)}$$

$$i = \frac{2(54)}{4(154)}$$

$$i = 0.175324675 \quad \text{o bien,} \quad 17.5325\%, \text{ aproximadamente}$$

### Método de interpolación

La *interpolación lineal* es un método de aproximación para estimar el valor de alguna expresión matemática dados dos valores, uno antes y otro después, del que se pretende encontrar.

### Ejemplo 4

#### Tasa de rendimiento anual con interpolación

Resolver el ejemplo 3 con el método de interpolación lineal.

El tipo de rendimiento que se obtuvo en el ejemplo 3 fue de 17.5325%, entonces, se procede a encontrar el valor de  $C$  para dos valores de  $i$  entre los cuales se encuentra el 0.175325.

Por supuesto que hay muchos valores de  $i$  entre los cuales está el 0.175325, por ejemplo, 0.17 y 0.18 o 0.16 y 0.19 o 0.172 y 0.178 y muchos más. Es evidente que entre más cifras decimales se consideren en

este par de números, mayor precisión se logrará, pero también es cierto que el intervalo o la distancia entre los dos se hará cada vez más pequeño, tanto que la tasa aproximada  $i = 0.175325$  resulte fuera de dicho intervalo y, entonces, más que interpolación la tasa se aproximará extrapolando. En todo caso, se procurará que el valor aproximado de  $i$  esté en el punto medio de los dos que se tomen.

Con  $i = 0.172$ , el precio de mercado, puesto que  $M = 80$ ,  $R = 3$ ,  $p = 4$  y  $np = 16$ , resulta:

$$C_1 = 80 \left( 1 + \frac{0.172}{4} \right)^{-16} + 3 \left[ \frac{1 - (1.043)^{-16}}{0.043} \right]$$

$$C_1 = 80(0.509860145) + 3(11.39860128)$$

$$C_1 = 40.7888116 + 34.19580384$$

o bien,

$$C_1 = 74.98461544$$

Con  $i = 0.178$  queda:

$$C_2 = 80 \left( 1 + \frac{0.178}{4} \right)^{-16} + 3 \left[ \frac{1 - (1.0445)^{-16}}{0.0445} \right]$$

$$C_2 = 39.86161387 + 33.82448268$$

o bien,

$$C_2 = 73.68609655$$

Quiere decir que el valor de  $i$  para el precio de mercado dado de \$74 deberá estar entre los valores de  $i = 0.172$  e  $i = 0.178$ , y con esto se procede a la interpolación, haciendo el arreglo siguiente con los números que hemos considerado y los que se obtuvieron con cada tasa de interés.

$$0.006 \left[ \begin{array}{c} d \left[ \begin{array}{c} 0.172 \text{ --- } 74.98461544 \\ i \text{ --- } 74.00 \\ 0.178 \text{ --- } 73.68609655 \end{array} \right] 0.98461544 \end{array} \right] 1.29851889$$

El cociente de la diferencia  $d$  entre la diferencia 0.006, la que hay entre las dos tasas, debe ser proporcional al cociente de las diferencias del lado derecho de este arreglo, las que hay entre los tres capitales,  $C_1$ ,  $C_2$  y  $C_3$ , por eso, es válida la ecuación siguiente, que no es más que una ecuación de proporcionalidad, es decir, es el resultado de aplicar una regla de tres.

$$\frac{d}{0.006} = \frac{0.98461544}{1.29851889}$$

de donde:

$$d = (0.75826039)(0.006)$$

o bien,

$$d = 0.004549562$$

En el mismo arreglo de números, se aprecia que el valor de  $d$  debe sumarse al de la primera tasa, la menor, y por eso la tasa de rendimiento anual capitalizable por trimestres es:

$$i = 0.172 + 0.004549562$$

$$i = 0.176549562 \quad \text{o bien,} \quad 17.6549562\%$$

Si bien es cierto que con el método de interpolación el resultado es más preciso que aplicando la fórmula del teorema 9.2, no deja de ser aproximado, porque la variación en las tasas no se comporta de manera lineal, como lo supone la interpolación lineal.

### Método iterativo

Éste consiste en asignar valores a  $i$  de manera sucesiva, sustituyéndolos en la ecuación 9.1 hasta obtener la precisión deseada. Las iteraciones pueden iniciarse con la tasa que se obtiene al utilizar la fórmula del teorema 9.2.

#### Ejemplo 5

##### Tasa de rendimiento anual con el método iterativo

Obtener la tasa de rendimiento anual capitalizable por semestre de una obligación hipotecaria con valor nominal de \$100, redimible a la par 3 años después, suponiendo que paga intereses del 13.2% anual en cupones semestrales y se ofrece a 105 en el mercado de valores.

#### Solución

En la ecuación 9.2 se sustituyen los siguientes valores para hallar la tasa aproximada.

$M = 100$ , el valor de redención

$C = 100(1.05) = 105$ , el precio de mercado

$n = 3$  años, el plazo o tiempo entre la compra y la redención

$p = 2$ , porque los cupones son semestrales

$np = 6$ , el número de cupones por cobrar

$R = 100(0.132/2) = 6.60$ , el valor de cada cupón

Entonces:

$$i = \frac{2[6.60(6) - 105 + 100]}{3(105 + 100)}$$

$$i = 2(34.60)/3(205)$$

$$i = 0.112520325$$

Dando valores cercanos a esta tasa se inician las iteraciones. A continuación se escriben algunos de ellos y el resultado correspondiente.

Con  $i = 0.112$ , esto es  $i/2 = 0.056$  queda:

$$C = 100(1 + 0.056)^{-6} + 6.60 \left[ \frac{1 - (1.056)^{-6}}{0.056} \right]$$

$$C = 72.11348612 + 32.8662485$$

o bien,

$$C = 104.9797346$$

Quiere decir que debe bajar la tasa para que aumente  $C$ .

Con  $i/2 = 0.055$  resulta:

$$C = 72.5245833 + 32.97050004$$

o bien,

$$C = 105.4950833$$

Con

$$i/2 = 0.0558$$

queda:

$$C = 72.19548762 + 32.88705765$$

o bien,

$$C = 105.0825453$$

Con otros valores de  $i/2$  se obtienen los siguientes, cuya comprobación se deja para el estudiante, junto con otros valores intermedios.

Con $i/2 = 0.05596$ ,	$C = 105.0002864$
Si $i/2 = 0.055965$ ,	$C = 104.9977172$
Si $i/2 = 0.0559605$ ,	$C = 105.0000295$
Con $i/2 = 0.05596057$ ,	$C = 104.9999935$

y, finalmente

$$\text{con } i/2 = 0.055960557 \text{ resulta } C = 105.0000002$$

que es muy buena aproximación para la tasa. Consecuentemente, la anual es:

$$i = 0.055960557(2)$$

$$i = 0.111921114 \quad \text{o bien,} \quad 11.1921114\% \text{ anual.}$$

### Compraventa entre fechas de cupón

Para hallar la tasa de rendimiento cuando la compraventa se realiza entre dos fechas de cupón, puede hacerse una doble interpolación, pero se obtiene aproximadamente el mismo resultado, si se considera el número de periodos  $np$  fraccionario, lo cual hace el procedimiento mucho más sencillo, como se aprecia en el ejemplo siguiente.

### Ejemplo 6

#### Tasa de rendimiento, tasa de interés, utilidades y precio efectivo de un bono

Un bono de \$90 con cupones cuatrimestrales de \$8.10 cada uno, se redime a 120 el 15 de abril de 2018, ¿cuál es el tanto de beneficio si el 15 de julio de 2012 se cotiza a 95? ¿Cuál es la tasa de interés que paga la emisora? ¿A cuánto ascienden las utilidades para quien compra los bonos? ¿De cuánto son si se compran con su precio efectivo?

#### Solución

- a) Note usted que la fecha de compraventa no coincide con fecha de cupón alguna, porque los cupones vencen el día 15 de los meses de abril, agosto y diciembre de cada año, ya que el bono se redime el 15 de abril.

Como primer paso, se obtiene la tasa de rendimiento aproximada, sustituyendo en la ecuación 9.2 los siguientes valores:

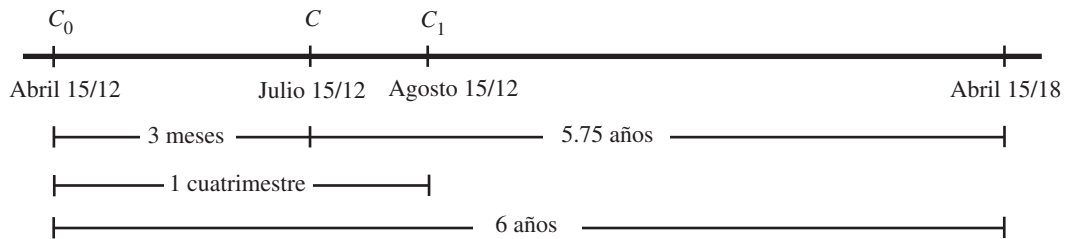
$$M = 90(1.20) = 108, \text{ porque se redimen a 120}$$

$$R = \$8.10, \text{ el valor de cada cupón}$$

$$C = 108(0.95) = 102.6, \text{ se cotizan a 95, el día de la compra}$$

$$p = 3, \text{ los cupones son cuatrimestrales}$$

Para el plazo, en la figura 9.9 se aprecia que es de 6 años, menos un trimestre, es decir,  $n = 5.75$  años. El número de periodos es  $np = 17.25$  cuatrimestres, esto es  $5.75(3)$ .

**Figura 9.9**

Entonces:

$$i = \frac{2[8.10(17.25) - 102.6 + 108]}{5.75(102.6 + 108)}$$

$$i = 2 (145.125)/1,210.95 \quad \text{o bien,} \quad i = 0.239687848$$

Con  $i = 0.24$ , resulta que el valor de compraventa es:

$$C = 108 \left( 1 + \frac{0.245}{3} \right)^{-17.25} + 8.10 \left[ \frac{1 - (1.08)^{-17.25}}{0.08} \right]$$

$$C = 28.63281013 + 74.4067405$$

$$C = 103.0395506$$

Es necesario incrementar la tasa para que se reduzca  $C$ .

Si  $i = 0.245$ :

$$C = 108 \left( 1 + \frac{0.245}{3} \right)^{-17.25} + 8.10 \left[ \frac{1 - \left( 1 + \frac{0.245}{3} \right)^{-17.25}}{\frac{0.245}{3}} \right]$$

$$C = 27.88122187 + 73.57846968 \quad \text{o bien,} \quad C = 101.4596916$$

Continuando con las iteraciones, se llega a que con:

$$i = 0.241379802 \quad \text{o bien,} \quad i/3 = 0.080459934, \text{ el precio de compraventa es:}$$

$$C = 108(1.080459934)^{-17.25} + 8.10 \left[ \frac{1 - (1.080459934)^{-17.25}}{0.080459934} \right]$$

$$C = 28.42328385 + 74.17671646 \quad \text{o bien,} \quad C = 102.6000003$$

En consecuencia, la tasa de rendimiento anual capitalizable por trimestres es  $i = 0.241379802$  o 24.138%, aproximadamente.

b) La tasa de interés que paga la emisora es  $r$  de la igualdad siguiente:

$$8.10 = 90(r/3) \quad R = N(r/p)$$

de donde:

$$r = 8.10(3)/90$$

$$r = 0.27 \quad \text{o bien,} \quad 27\% \text{ anual}$$

c) Las utilidades, es decir, los intereses para el inversionista que compra los bonos, son:

$$I = 108 + 17(8.10) - 102.6$$

$$I = 108.00 + 137.70 - 102.6 \quad \text{o bien,} \quad I = \$143.10$$

d) El precio neto o efectivo y las utilidades con este precio, son:

$$E = C + 3/4(R)$$

$$E = 102.6 + 3/4(8.10) \quad \text{o bien,} \quad E = \$108.675 \text{ e}$$

$$I = 108 + 17(8.10) - 108.675 \quad \text{o bien,} \quad I = \$137.02$$

### Ejercicios 9.7

1. Diga cuáles son los tres métodos para estimar la tasa de rendimiento anual al comprar bonos y obligaciones.
2. ¿Cuál es la fórmula para obtener la tasa de *rendimiento promedio anual* en la compraventa de bonos y obligaciones?

En los ejercicios del 3 al 13 suponga que la cotización el día de la compraventa está considerada como el precio de mercado, no el precio neto. Utilice el método iterativo en los ejercicios 7, 8 y 9, y el de interpolación en los restantes; en todos, obtenga primero la tasa aproximada con el teorema 9.2.

3. Un bono de \$100 se redime a la par dentro de 4 años, paga intereses del 12% anual en cupones semestrales y su precio cotizado, es decir, su precio de mercado, es de \$80. ¿Cuál es la tasa de rendimiento anual capitalizable por semestres?
4. Una obligación con denominación de \$200 paga intereses del 18% anual en cupones trimestrales, ¿cuál es la tasa de rendimiento anual si se redime a la par y 3 años antes de su redención se cotiza en \$160 en el mercado de valores?
5. Encuentre la tasa de rendimiento anual capitalizable por semestre, de una obligación quirografaria con valor nominal de \$120, redimible a la par en un plazo de 4 años, suponiendo que se ofrece a 95 en el mercado de valores y paga intereses del 10.5% anual en cupones semestrales. Recuerde que si se ofrece a 95, entonces su precio de mercado es igual al 95% de su valor nominal.
6. ¿Cuál es la tasa de rendimiento anual capitalizable por trimestres de un bono del gobierno federal, con denominación de \$90, redimible a la par en 2.5 años y que paga intereses del 11.2% anual en cupones trimestrales? Suponga que se cotiza en \$92 cada uno el día de la compraventa.
7. Una obligación hipotecaria de \$100 al 12.4%, en cupones que vencen el primer día de los meses de febrero, mayo, agosto y noviembre de cada año, se redime a 115 el primer día de agosto de 2017. ¿Cuál es el tanto de beneficio si el 1 de febrero de 2013 se cotiza a 106?
8. Un bono del gobierno estatal con valor nominal de \$80, se cotizó a 96 en el mercado de valores el día 10 de abril de 2012. ¿Cuál es la tasa de rendimiento anual capitalizable por cuatrimestres, suponiendo que se redime a la par el 10 de agosto de 2017 y paga intereses en cupones cuatrimestrales de \$6.40 cada uno?
9. El 20 de octubre de 2012 se cotiza en \$98 una obligación con valor nominal de \$90. ¿Cuál es la tasa de rendimiento anual capitalizable por semestres si la obligación se redime a 120 el 20 de abril de 2019 y paga intereses del 10.6% anual en cupones semestrales?

10. ¿Cuál es la tasa de beneficio anual capitalizable por cuatrimestres si un bono con denominación de \$120 se redime a 95 el 3 de febrero de 2017, paga intereses del 20.7% anual en cupones cuatrimestrales y el 3 de junio de 2012 se cotiza en \$102 cada uno? ¿A cuánto ascienden las utilidades para el inversionista que las compra? ¿De cuánto es el descuento? ¿En cuánto se cotizarán el 20 de junio de 2013 considerando precio efectivo?
11. El 10 de marzo de 2011, una obligación hipotecaria con denominación de \$80 se ofreció en el mercado de valores en \$85. ¿En cuánto se negocia el 19 de diciembre de 2014 si se mantiene la tasa de rendimiento anual? Suponga que se redime a 125 el 10 de septiembre de 2017 y paga intereses del 12.3% anual en cupones semestrales y utilice el precio neto. *Sugerencia*, obtenga primero la tasa de rendimiento anual.
12. ¿Cuál es la tasa de rendimiento anual compuesta por trimestres si un bono con valor nominal de \$100 se redime a 98 el 15 de junio de 2017, paga intereses del 15% anual en cupones trimestrales y el 15 de marzo de 2012 se cotiza en \$87 en el mercado de valores? ¿De cuánto son las utilidades para el inversionista que las compra? ¿Cuál es el precio neto el 3 de diciembre de 2015?
13. ¿Cuánto dinero gana el contador Gutiérrez al invertir, el 3 de diciembre de 2012, \$1'500,000 en obligaciones con valor nominal de \$100, se redimen a 120 el 3 de marzo de 2015, pagan intereses en cupones trimestrales de \$4.80 cada uno y el 3 de junio de 2011 se cotizaron en \$102? ¿Con qué tasa de interés anual paga la emisora? Vea la sugerencia del ejercicio 11.
14. ¿En cuánto se cotizan, el 21 de octubre de 2013, los bonos que el 1 de marzo de 2006 se cotizaron en \$93.50, suponiendo que se redimen a 98 el 1 de julio de 2017, su valor nominal es de \$120 y pagan intereses del 13.2% anual en cupones cuatrimestrales? Vea la sugerencia del ejercicio 11 y obtenga la cotización con:
  - a) El precio de mercado.
  - b) El precio neto.
15. ¿Cuál es el precio neto, el 8 de marzo de 2014, de las obligaciones quirografarias que el 15 de febrero de 2012 se cotizaron en \$105, tienen valor nominal de \$110, se redimen a 120 el 15 de agosto de 2016 y pagan intereses del 7.6% en cupones semestrales?

En los ejercicios del 16 al 27 seleccione la opción correcta, justificándola. En todos, encuentre primero la tasa de rendimiento promedio con el teorema 9.2; en los primeros 7, use el método iterativo; en los otros, interpolación lineal; y en todos, redondee a 3 cifras decimales.

16. Una obligación de \$100 se redime a la par en 5 años, paga intereses del 18% en cupones trimestrales y su precio de mercado es de \$80. ¿Cuál es la tasa de rendimiento anual capitalizable por trimestre?
  - a) 26.732%
  - b) 25.136%
  - c) 24.685%
  - d) 25.693%
  - e) Otra: \_\_\_\_\_
17. Encuentre la tasa de rendimiento anual capitalizable por bimestres de una obligación con valor nominal de \$120, que vence a la par en un plazo de 4 años. Considere que se ofrece a 96 en el mercado de valores y paga intereses del 13.2% anual en cupones bimestrales.
  - a) 15.935%
  - b) 14.587%
  - c) 14.530%
  - d) 15.233%
  - e) Otra: \_\_\_\_\_
18. ¿De cuánto es la prima o descuento en las obligaciones del ejercicio 17?
  - a) Prima de \$6.25
  - b) Prima de \$4.80
  - c) Descuento de \$4.80
  - d) Descuento de \$5.65
  - e) Otra: \_\_\_\_\_

19. ¿Cuál es la tasa de rendimiento anual capitalizable por trimestres de un bono que el gobierno federal emitió con valor nominal de \$100, vencimiento a la par 3.5 años después y paga intereses del 13.5% anual en cupones trimestrales? Considere que se cotiza a \$98.00, 1 año después de su emisión.
- a) 14.467%      b) 15.213%      c) 14.098%      d) 16.314%      e) Otra: \_\_\_\_\_
20. El 18 de junio de 2011 una obligación quirografaria con valor nominal de \$150 se ofreció en el mercado de valores en \$135 cada una. ¿En cuánto se negocia el 3 de diciembre de 2014 si se mantiene la tasa de rendimiento anual? Suponga que vencen a 120 el 18 de agosto de 2017 y pagan intereses del 11.2% anual en cupones bimestrales. Obtenga primero la tasa de rendimiento anual.
- a) \$161.32      b) \$153.24      c) \$157.05      d) \$155.47      e) Otra: \_\_\_\_\_
21. ¿En cuánto se cotizan, el 11 de abril de 2014, los bonos que el 1 de marzo de 2012 se cotizaron en \$107.3, considerando que se redimen a 96 el 1 de junio de 2019, su valor nominal es de \$100, pagan intereses del 14.2% en cupones trimestrales? Encuentre primero la tasa de rendimiento anual.
- a) \$114.96      b) \$110.25      c) \$107.63      d) \$106.08      e) Otra: \_\_\_\_\_
22. ¿Cuánto gana un inversionista que el 11 de abril de 2012 compra 15 mil bonos en las condiciones del ejercicio 21?
- a) \$865,695.33      b) \$963,345.61      c) \$930,600.00      d) \$784,906.00      e) Otra: \_\_\_\_\_
23. ¿Cuál es el precio neto, el 8 de febrero de 2013, de los bonos que el 15 de enero de 2011 se cotizaron en \$102.50, tienen valor nominal de 120, se redimen a 108 el 15 de julio de 2015 y pagan intereses del 13.6% anual en cupones bimestrales? Interpole con  $i = 0.196$  e  $i = 0.197$  para hallar primero la tasa de rendimiento anual.
- a) \$114.25      b) \$109.63      c) \$113.68      d) \$112.97      e) Otra: \_\_\_\_\_
24. Obtenga la tasa de rendimiento anual capitalizable por cuatrimestres de una obligación fiduciaria con valor nominal de \$150 redimible a 104 en un plazo de 5 años, considerando que se ofrece a 98 en el mercado de valores y paga intereses del 14.2% en cupones cuatrimestrales. Para hallar la tasa de rendimiento, interpole con  $i = 0.1422$  e  $i = 0.1423$ .
- a) 15.2113%      b) 16.0935%      c) 14.2218%      d) 13.9261%      e) Otra: \_\_\_\_\_
25. ¿Cuál es la tasa de rendimiento anual capitalizable por semestres de una obligación con valor de redención de \$100, que se redime a la par en 4.5 años, paga intereses del 15% anual en cupones semestrales y se cotiza en \$98 en la compraventa? Interpole con  $i = 0.1563$  e  $i = 0.1564$ .
- a) 15.63547%      b) 15.03214%      c) 15.98632%      d) 16.12312%      e) Otra: \_\_\_\_\_
26. ¿En cuánto se cotizan las obligaciones del ejercicio 25 cuando faltan 36 meses para su vencimiento, si se mantiene la tasa de rendimiento?
- a) \$88.93      b) \$87.62      c) \$90.01      d) \$89.63      e) Otra: \_\_\_\_\_
27. ¿Cuál es la tasa de rendimiento anual de los bonos que el 5 de enero se cotizan en \$105, el 5 de junio del año siguiente vencen en \$100 y pagan \$2.40 por cada cupón mensual? Haga la interpolación con  $i = 0.246$  e  $i = 0.245$ .
- a) 23.4935%      b) 24.0321%      c) 25.1516%      d) 24.5847%



## 9.8 Acciones y otros títulos de inversión

En esta parte del capítulo se analizan las formas de calcular el valor de compraventa y las tasas de rendimiento de otros títulos de inversión, como las acciones que las compañías comerciales, industriales y de servicios ofrecen a los inversionistas que, por ello, se convierten en acreedores de las mismas empresas.

Se inicia definiendo las que se conocen como *tasas efectivas de rendimiento anual y mensual*, que son útiles sobre todo para comparar dos o más alternativas de inversión, facilitando tomar la mejor decisión.

### Definición 9.1

La *tasa efectiva de rendimiento anual*, que se emplea en la compraventa de algunos valores en el mercado bursátil, se define como:

$$i_e = (1 + i)^{365/q} - 1$$

y la *tasa efectiva de rendimiento mensual* es  $i_e = (1 + i)^{30/q} - 1$

donde:

$i$  es la tasa de interés correspondiente a un periodo de  $q$  días, y está dada por el cociente de los intereses entre el capital, es decir:

$$i = \frac{I}{C}$$

### Note que:

- \*Las dos ecuaciones son semejantes, pero diferentes a la tasa efectiva que se definió en el capítulo 4.
- \*La diferencia entre las dos fórmulas es el numerador del exponente.
- \*Estas fórmulas pueden ajustarse a cualquier otro periodo, cambiando el numerador del exponente, por ejemplo, por 28, para periodos de 28 días en la compraventa de Cetes.

### Ejemplo 1

#### Tasa efectiva de rendimiento anual y mensual, dada la cotización de las acciones

Si las acciones de la compañía Procesadora de Alimentos, S. A., se cotizaron en \$50.08 el 25 de noviembre, y en \$52.25 el 10 de febrero del año siguiente, ¿cuál es la tasa efectiva de rendimiento mensual? ¿Cuál es la de rendimiento anual?

### Solución

La primera cotización es un capital, la segunda es el valor futuro y la diferencia entre las dos es igual a los intereses.

$$I = 52.25 - 50.08$$

$$I = M - C$$

$$I = 2.17$$

La tasa de interés para los 77 días, comprendidos entre el 25 de noviembre y el 10 de febrero, es:

$$i = \frac{2.17}{50.08} \quad i = \frac{I}{C}$$

$$i = 0.043330671$$

La tasa efectiva de rendimiento mensual, según la fórmula de la definición 9.1, es:

$$i_e = (1 + 0.043330671)^{30/77} - 1$$

$$i_e = 1.016663876 - 1$$

$$i_e = 0.016663876$$

o bien, 1.666%, aproximadamente, y la de rendimiento anual es:

$$i_e = (1.043330671)^{365/77} - 1$$

$$i_e = 1.222714168 - 1$$

$$i_e = 0.222714168 \quad \text{o bien,} \quad 22.27\%, \text{ aproximadamente.}$$

### Importante

Estos porcentajes y las cantidades no incluyen los dividendos, es decir, las ganancias que el organismo emisor distribuye entre sus accionistas, tampoco incluyen las comisiones que cargan las casas de bolsa y los bancos al comercializar esta clase de documentos.

Recuerde que la tasa de interés  $i$  puede obtenerse dividiendo la cotización actual entre la anterior y restando la unidad, es decir,  $i = 52.25/50.08 - 1 = 0.043330671$ , en este ejemplo.

La variación en las cotizaciones de los títulos de inversión, que se publica en los periódicos, depende de los movimientos que sufre el mercado bursátil, principalmente por la oferta-demanda, pudiendo suceder que el rendimiento tienda a la baja, produciendo pérdidas para el inversionista y para el organismo emisor. El ejemplo siguiente ilustra dicha situación.

### Ejemplo 2

#### Tasa efectiva de rendimiento mensual

¿Cuál es la tasa efectiva de rendimiento mensual de las acciones que el 3 de julio se cotizaron en \$75.21 y el 29 del mismo mes estuvieron en \$73.93?

#### Solución

Puesto que el plazo incluye sólo una de las dos fechas, se tiene que el número de días es

$$29 - 3 = 26$$

Los intereses son la diferencia entre el valor futuro y el capital:

$$I = 73.93 - 75.21 \quad I = -1.28$$

y la tasa para ese lapso es:

$$i = -\frac{1.28}{75.21} \quad i = \frac{I}{C}$$

$i = -0.017019013$ . La tasa efectiva de rendimiento mensual es, por lo tanto:

$$i_e = [1 + (-0.017019013)]^{30/26} - 1$$

$$i_e = (0.982980987)^{30/26} - 1$$

$$i_e = 0.98038851 - 1$$

$$i_e = -0.019611491$$

Lo anterior significa que en un periodo de 30 días, un mes, la pérdida en el precio de las acciones es aproximadamente de 1.96%. Suponiendo que se sostiene la tasa de reducción durante el año, la tasa anual será:

$$i_e = (0.982980987)^{365/26} - 1$$

$$i_e = 0.785859521 - 1$$

$$i_e = -0.214140479 \quad \text{o bien,} \quad 21.414\%, \text{ aproximadamente.}$$

## Compra con descuento

En la cuarta sección de este capítulo se dijo que el precio de compraventa de los títulos de inversión puede ser mayor que su valor en la redención, en cuyo caso se adquieren con prima.

Si se adquieren con descuento, es decir, si el precio de compraventa es menor que el valor de redención, entonces el descuento estará dado por  $D = ndM$  y el precio de mercado será:

$$P = M(1 - nd) \quad \text{Teorema 3.4}$$

donde:

$M$ , es el valor de redención o valor nominal cuando se redime a la par

$d$ , es la tasa de descuento simple

$n$ , es el plazo

Recuerde que  $n$  y  $d$  deben estar en las mismas unidades de tiempo, días en este caso. Debe quedar claro, además, que en la compraventa de algunos títulos de inversión, en los Cetes, por ejemplo, intervienen, es decir, pueden considerarse las tasas siguientes:

- La de *descuento*, que se aplica al valor de redención para obtener el precio de mercado.
- La de *rendimiento nominal*, que se aplica al precio de mercado para llegar al valor de redención. Es equivalente, mas no igual, a la tasa de descuento.
- La *tasa efectiva de rendimiento mensual, o anual*, que se aplica al valor de compraventa, con las ecuaciones de la definición 9.1 y constituye el mejor indicador para comparar diferentes alternativas de inversión.

Las primeras dos, generalmente, se publican en las ofertas de colocación en el mercado de valores junto con otros datos importantes, tal como se aprecia en el siguiente ejemplo.

**Ejemplo 3****Utilidades al invertir en papel comercial**

El 18 de mayo se publicó en los periódicos la oferta de papel comercial con descuento del 10.3% anual simple y valor nominal de los pagarés de \$100. ¿Cuánto ganará un inversionista que compra 25,000 pagarés considerando que el plazo es de 43 días? ¿Cuál es la tasa efectiva de rendimiento anual?

**Solución**

- a) La tasa de descuento anual es  $d = 0.103$ .

El plazo es  $n = 43$  días, el valor nominal, es decir, el monto es  $M = 100$  y el valor comercial es, por lo tanto:

$$P = 100[1 - 43(0.103/360)] \quad P = M(1 - nd)$$

$$P = 100(0.987697222) \quad \text{o bien,} \quad P = \$98.76972222$$

La utilidad unitaria, la de cada pagaré, es la diferencia  $M - P$ :

$$M - P = 100 - 98.76972222 = 1.23027778$$

y la utilidad total con los 25,000 pagarés es:

$$U = 25,000(1.23027778) \quad U = \$30,756.94$$

- b) La tasa de interés que corresponde a los 43 días es:

$$i = \frac{1.23027778}{98.76972222} \quad i = \frac{I}{C}$$

$$i = 0.012456021 \quad \text{o bien,} \quad 1.2456021\%$$

La tasa de interés nominal anual se obtiene multiplicando este resultado por la fracción  $360/43$ .

$$0.012456021(360/43) = 0.10428297.$$

Si esta tasa se aplica al precio de mercado, resultará el valor nominal del pagaré, es decir:

$$M = 98.76972222[1 + 43(0.10428297/360)] \quad M = C(1 + ni)$$

$$M = 98.76972222(1.012456021) \quad \text{o bien,} \quad M = 100.00$$

Con la primera ecuación de la definición 9.1 se obtiene la tasa efectiva de rendimiento anual:

$$i_e = (1 + 0.012456021)^{365/43} - 1 \quad i_e = (1 + i)^{365/9} - 1$$

$$i_e = 1.110797541 - 1$$

$$i_e = 0.110797541 \quad \text{o bien,} \quad 11.08\%, \text{ aproximadamente.}$$

**Ejemplo 4****Utilidades al invertir en Cetes, tasa de interés**

En los periódicos se anuncia la oferta pública de Certificados de la Tesorería de la Federación (Cetes) a un plazo de 91 días, valor nominal de \$10 y un tipo de descuento del 10.8% simple anual. ¿Cuál es la tasa efectiva de rendimiento anual? ¿A cuánto ascienden las utilidades para una sociedad profesional que invierte 2.5 millones de pesos? ¿Cuál es la tasa de interés simple anual?

**Solución**

- a) El precio de compraventa de cada certificado se obtiene sustituyendo en la ecuación 3.4 los valores siguientes:

$$\begin{aligned}M &= 10.00, \text{ el valor futuro o nominal} \\d &= 0.108, \text{ la tasa de descuento simple anual} \\n &= 91 \text{ días, el plazo}\end{aligned}$$

Entonces:

$$\begin{aligned}P &= 10.00[1 - 91(0.108/360)] & P &= M(1 - nd) \\P &= 10.00(0.9727) & \text{o bien,} & P = \$9.727\end{aligned}$$

La tasa de interés que corresponde a los 91 días es:

$$\begin{aligned}i &= \frac{(10 - 9.727)}{9.727} & \text{ya que} & i = \frac{I}{C} & \text{e} & I = M - C \\i &= \frac{0.273}{9.727} & \text{o bien,} & i &= 0.028066207\end{aligned}$$

La tasa efectiva de rendimiento anual es, entonces:

$$\begin{aligned}i_e &= (1 + 0.028066207)^{365/91} - 1 & i_e &= (1 + i)^{365/q} - 1 \\i_e &= 1.117419988 - 1 \\i_e &= 0.117419988 & \text{o bien,} & 11.74 \% , \text{ redondeando.}\end{aligned}$$

- b) La utilidad por cada certificado es la diferencia entre el valor de compraventa y el valor nominal.

$$\begin{aligned}I &= 10.00 - 9.727 \\I &= \$0.273\end{aligned}$$

Con 2.5 millones de pesos se adquieren 257,016 certificados porque

$$2'500,000/9.727 = 257,016.5519$$

La utilidad total para la asociación profesional es, por lo tanto

$$I = 257,016(0.273) \quad \text{o bien,} \quad \$70,165.37$$

- c) La tasa de interés simple anual se obtiene multiplicando la tasa diaria por 360, esto es

$$(0.028066207/91)360 = 0.11103115 \quad \text{o bien,} \quad 11.103115\%$$

Observe que el valor futuro de cada certificado con esta tasa es igual a su valor nominal.

$$\begin{aligned}M &= 9.727[1 + (0.11103115/360)91] \\M &= 9.727(1.028066207) & \text{o bien,} & M = 10.00\end{aligned}$$

### Compraventa con tasa efectiva

En los ejemplos que preceden se ha encontrado el valor comercial de los títulos, empleando la fórmula del descuento simple  $P = M(1 - nd)$ , pero puede evaluarse con la tasa efectiva de rendimiento anual, procediendo de manera inversa a la anterior.

#### Ejemplo 5

##### Compra de Cetes con tasa efectiva de rendimiento anual

¿Cuál será el precio de compraventa de los Cetes del ejemplo 4, 39 días antes de su vencimiento, si se mantiene la tasa efectiva de rendimiento anual?

##### Solución

La tasa efectiva de rendimiento anual que se obtuvo en el ejemplo 4 es:

$$i_e = 0.117419988$$

La tasa  $i$  que corresponde a los 39 días del nuevo plazo está en la siguiente igualdad que resulta de sustituir en la ecuación de la definición 9.1

$$(1 + i)^{365/39} - 1 = 0.117419988$$

Para despejar  $i$ , se suma la unidad a los dos lados, se obtiene la raíz 365ª y después se eleva a la potencia 39, es decir:

$$(1 + i)^{365/39} = 1.117419988$$

$$1 + i = (1.117419988)^{39/365}$$

$$1 + i = 1.011933313$$

$$i = 1.011933313 - 1 \quad \text{o bien,} \quad i = 0.011933313$$

Ésta debe ser igual al cociente  $i = I/C$ , pero  $I = M - C$  o bien,  $I = 10 - C$ , porque  $M = 10$ , entonces

$$(10 - C)/C = 0.011933313$$

Se multiplica a los dos lados por  $C$  y con otros pasos algebraicos se despeja la misma  $C$ .

$$10 - C = (0.011933313)C$$

$$10 = C + 0.011933313C$$

$$10 = C(1.011933313) \quad \text{ya que} \quad c + ac = c(1 + a)$$

de donde:

$$C = 10/1.011933313$$

$$C = 9.882074116 \quad \text{o bien,} \quad C = \$9.8821$$

### Denominación en dólares

Existen títulos de inversión como los Tesobonos que se negocian con descuento, pero se cotizan en dólares estadounidenses. Su rendimiento, por lo tanto, depende del tipo de descuento, pero también del tipo de cambio peso-dólar. El caso se ilustra en el ejemplo siguiente.

**Ejemplo 6****Tasa efectiva de rendimiento anual**

Suponga que se anuncia la colocación de Bonos de la Tesorería de la Federación (Tesobonos) en el mercado de valores con los siguientes datos:

Valor nominal: US\$1,000

Tasa de descuento:  $d = 0.126$  o bien, 12.60%

Plazo: 91 días

Encuentre la tasa efectiva de rendimiento anual suponiendo que:

- La paridad peso-dólar no varía.
- En la fecha de emisión de los pagarés, el tipo de cambio fue de \$10.8601 por cada dólar, y 91 días después fue de \$11.0825.

**Solución**

- Con la fórmula del valor descontado, que ya se estudió en el capítulo 3, se obtiene el precio de compraventa en dólares.

$$P = 1,000[1 - 91(0.126/360)] \quad P = M(1 - nd)$$

$$P = 1,000(0.96815)$$

$$P = \text{US\$}968.15$$

Las utilidades para el inversionista son la diferencia entre los dos valores:

$$I = 1,000.00 - 968.15 \quad I = M - C, \quad C = P$$

$$I = 31.85$$

La tasa de interés por los 91 días del plazo es:

$$i = 31.85/968.15 \quad i = I/C$$

o bien,

$$i = 0.032897795$$

La tasa nominal anual es:

$$(0.032897795/91)360 = 0.130145122 \quad \text{o bien, } 13.0145\%, \text{ aproximadamente.}$$

Finalmente, la tasa efectiva de rendimiento anual según la ecuación de la definición 9.1 es:

$$i_e = (1 + 0.032897795)^{365/91} - 1$$

$$i_e = 1.138633291 - 1$$

$$i_e = 0.138633291 \quad \text{o bien, } 13.8633\%$$

- El valor al vencimiento en pesos con la cotización futura del dólar es:

$$M = 1,000(11.0825)$$

$$M = \$11,082.50$$

El precio de mercado en pesos en su colocación es:

$$P = 968.15(10.8601)$$

$$P = 10,514.20582$$

Los intereses, es decir las ganancias para el inversionista en moneda nacional, son entonces:

$$I = 11,082.50 - 10,514.21 \quad I = M - P$$

$$I = 568.29 \text{ por cada Tesobono.}$$

La tasa de interés correspondiente a los 91 días es:

$$i = 568.29/10,514.21$$

$$i = 0.05404971$$

y la tasa efectiva de rendimiento anual es:

$$i_e = (1 + 0.05404971)^{365/91} - 1$$

$$i_e = 1.235081434 - 1$$

$$i_e = 0.235081434 \quad \text{o bien,} \quad 23.5081\%, \text{ aproximadamente.}$$

### Ejercicios 9.8

1. Mencione cuatro ejemplos de valores que se adquieren en el mercado bursátil de su país.
2. ¿Qué ganancias se obtienen al invertir en acciones, bonos y obligaciones?
3. ¿Cómo se calcula la tasa efectiva de rendimiento mensual? ¿La anual?
4. ¿Para qué fueron creados los Cetes?
5. ¿Qué es el papel comercial?
6. Mencione dos títulos de inversión que se coticen en dólares.
7. El 10 de enero de 2011 las acciones de una compañía televisora se cotizaron en \$25.08 y el 12 de marzo siguiente, en \$26.93. ¿Cuál es la tasa efectiva de rendimiento anual?
8. ¿Cuál es la tasa efectiva de rendimiento mensual de las acciones que el 5 de noviembre se cotizaron en \$12.8503 y el 15 de enero siguiente, en \$13.0863?
9. El 10 de diciembre se publicó en los periódicos un anuncio de colocación de papel comercial con los datos siguientes, obtenga la tasa efectiva de rendimiento anual y las utilidades que alcanza una persona que invierte 1.75 millones de pesos el día que se colocan.  

Valor nominal:	\$100.
Fecha de emisión:	diciembre 11 de 2012.
Fecha de vencimiento:	enero 17 de 2013.
Tasa de descuento:	9.76% simple anual.
10. ¿Cuál es la tasa efectiva de rendimiento mensual de las acciones que el 3 de abril se cotizaron en \$56.7535 y el 15 de junio siguiente, en \$57.0315?
11. Obtenga la tasa efectiva de rendimiento anual de los títulos que el 23 de marzo se cotizaron en \$125 y el 3 de mayo siguiente, en \$126.08.

- 12.** En los periódicos se anuncia la oferta de Cetes con plazo de 28 días, valor nominal de \$10 y un tipo de descuento del 10.05%. ¿De cuánto es la utilidad para una persona que invierte 1.25 millones de pesos en Cetes? ¿Con qué tasa de interés simple anual gana en su inversión? ¿Cuál es la tasa efectiva de rendimiento anual?
- 13.** Las acciones de una importante compañía refresquera se cotizaron en \$68.5123 el 20 de junio y el 3 de septiembre siguiente, en \$69.8215. ¿Cuál es la tasa efectiva de rendimiento anual? ¿En cuánto se cotizan el 1 de agosto intermedio si se mantiene la tasa efectiva anual?
- 14.** ¿Qué conviene más a un inversionista, invertir su dinero en Cetes, con descuento del 12.6% simple anual y plazo de 91 días, o en una cuenta bancaria, que ofrece intereses del 13.2% simple anual?
- 15.** Suponga que se anuncia la colocación de títulos en el mercado de valores con la siguiente información:

Valor nominal:  $N = M = \text{US\$}1,000.00.$   
 Plazo:  $n = 70$  días.  
 Tasa de descuento:  $d = 0.117$  simple anual.

Obtenga la tasa efectiva de rendimiento anual, suponiendo que:

La paridad peso-dólar no varía durante la vigencia de los títulos.

En la fecha de emisión de los pagarés, el tipo de cambio fue de \$10.9708 por cada dólar y 70 días después fue de \$11.0953.

- 16.** Con valor nominal de US\$1,000 y plazo de 91 días, se ofrecen en el mercado de valores Tesobonos, es decir, Bonos de la Tesorería de la Federación, con descuento del 11.08% simple anual. Calcule la tasa efectiva de rendimiento anual, suponiendo que:
- La cotización del dólar se mantiene invariable durante los 91 días del plazo.
- La cotización del dólar en la fecha de vencimiento fue de \$11.0217, y 91 días antes fue de \$10.9671 por cada dólar.
- 17.** ¿Con qué tasa de descuento simple anual se ofrecen en su emisión los Cetes con plazo de 182 días si en su colocación se cotizaron en \$9.7529 cada uno? ¿Cuál es la tasa de interés simple anual? ¿Cuál es la tasa efectiva de rendimiento mensual? ¿La anual? ¿Cuánto gana un inversionista que invierte 2.3 millones de pesos en Cetes?

Seleccione la opción correcta, justificando su elección en los ejercicios 18 a 32.

- 18.** ¿Cuál es la tasa efectiva de rendimiento anual de las acciones que el 19 de marzo se cotizaron en \$43.9281 y el 3 de junio siguiente en \$47.0232?
- a) 36.2943%      b) 38.6796%      c) 35.2962%      d) 39.4291      e) Otra: \_\_\_\_\_
- 19.** ¿En cuánto se cotizarán el 21 de agosto siguiente las acciones del ejercicio 18 si se sostiene la tasa efectiva?
- a) \$50.9135      b) \$46.0631      c) \$45.8312      d) \$47.1498      e) Otra: \_\_\_\_\_
- 20.** El 21 de junio de 2012 las acciones de una compañía del ramo automotriz se cotizan en \$56.2321. ¿En cuánto se cotizarán el 3 de noviembre siguiente si el 12 de agosto intermedio se cotizaron en \$57.1205 y se mantiene la tasa efectiva de rendimiento mensual?
- a) \$58.5677      b) \$58.0963      c) \$59.3291      d) \$57.9803      e) Otra: \_\_\_\_\_
- 21.** ¿Cuánto gana un inversionista el 3 de noviembre si el 21 de junio anterior invirtió 2.3 millones de pesos en las acciones del ejercicio 20?
- a) \$80,793.45      b) \$101,238.63      c) \$95,528.38      d) \$88,765.62      e) Otra: \_\_\_\_\_

22. Obtenga la tasa efectiva de rendimiento anual de los títulos que el 3 de marzo se cotizaron en \$26.3245 y el 12 de mayo siguiente se cotizaron en \$27.0957.
- a) 17.6148%      b) 18.0932%      c) 15.1721%      d) 16.2488%      e) Otra: \_\_\_\_\_
23. ¿Cuál es la tasa efectiva de rendimiento anual de las acciones que el 1 de diciembre se cotizaron en \$23.0925 y el 5 de febrero siguiente, en \$22.9531?
- a) -4.4543%      b) -7.2905%      c) -5.6291%      d) -3.2931%      e) Otra: \_\_\_\_\_
24. ¿Cuánto dinero perdió el señor Gutiérrez al de 5 de febrero si el 1 de diciembre anterior invirtió 1.8 millones de pesos en las acciones del ejercicio 23?
- a) \$9,629.09      b) \$13,636.08      c) \$10,865.81      d) \$12,329.03      e) Otra: \_\_\_\_\_
25. ¿Cuánto ganará, o perderá, del 1 de diciembre al 23 de abril del año siguiente, el señor Gutiérrez del ejercicio 24, si la tasa efectiva de rendimiento anual se incrementó en 7 puntos porcentuales en el segundo periodo con respecto al primero?
- a) Ganó \$4,629.32      b) Perdió \$3,429.03      c) Perdió \$762.48  
d) Ganó \$2,925.01      e) Otra: \_\_\_\_\_
26. El 8 de junio de 2012 se publicó en los periódicos un anuncio de colocación de papel comercial con valor nominal de \$100, vencimiento el 10 de enero de 2013 y descuento del 11.28% simple anual. ¿Cuál es la tasa efectiva de rendimiento mensual?
- a) 0.9776%      b) 0.8023%      c) 1.0234%      d) 0.9015%      e) Otra: \_\_\_\_\_
27. En el ejercicio 26, ¿cuál es la tasa de interés simple anual?
- a) 12.0867%      b) 13.1415%      c) 11.0488%      d) 11.9876%      e) Otra: \_\_\_\_\_
28. En la prensa escrita se anuncia la oferta de Cetes con plazo de 28 días y descuento del 12.05% simple anual. ¿De cuánto será la utilidad para una persona que invierte 2.1 millones de pesos en tales certificados?
- a) \$19,863.09      b) \$20,329.06      c) \$18,648.36      d) \$21,473.69      e) Otra: \_\_\_\_\_
29. ¿Cuál es la tasa efectiva de rendimiento mensual de los Cetes en las condiciones del ejercicio 28?
- a) 0.8893%      b) 1.3142%      c) 0.9708%      d) 1.0138%      e) Otra: \_\_\_\_\_
30. ¿De qué porcentaje es la tasa efectiva de rendimiento anual de los Cetes que se ofrecen con el 9.72% de descuento simple anual y plazo de 182 días?
- a) 11.6893%      b) 10.6336%      c) 10.0853%      d) 9.0681%      e) Otra: \_\_\_\_\_
31. Se anuncia la colocación de títulos con valor nominal de US\$1,000, plazo de 90 días y descuento simple anual del 14.20%. ¿Cuál es la tasa efectiva de rendimiento anual considerando que en la colocación el tipo de cambio fue de \$10.8932 por cada dólar y de \$11.0293 en la fecha de vencimiento?
- a) 20.60352%      b) 21.76785%      c) 19.90682%      d) 22.60953%      e) Otra: \_\_\_\_\_
32. ¿Cuál será la tasa efectiva de rendimiento anual en el ejercicio 31 si la paridad peso-dólar se sostiene sin variar?
- a) 16.4532%      b) 18.9308%      c) 16.9561%      d) 15.7879%      e) Otra: \_\_\_\_\_

Conclusiones

Al terminar de estudiar este capítulo, el lector estará capacitado para:

- Explicar por qué las compañías emiten acciones, bonos y obligaciones.
- Explicar brevemente las diferencias entre bonos, obligaciones y acciones.
- Explicar la diferencia principal entre obligaciones quirografarias, fiduciarias e hipotecarias.
- Explicar el propósito de los cupones.
- Describir los elementos principales de las obligaciones y los bonos.
- Calcular el precio de mercado y el precio neto de las obligaciones y los bonos.
- Encontrar la tasa de rendimiento, la tasa de interés y las utilidades que se tienen al invertir en acciones, bonos y obligaciones.
- Explicar los conceptos de prima y descuento en la adquisición de bonos y obligaciones, y calcularlos.
- Calcular el valor contable de los bonos y las obligaciones al final de cualquier periodo.
- Elaborar el cuadro de amortización de la prima y de acumulación del descuento.
- Calcular las tasas efectivas de rendimiento anual y mensual.
- Decidirse por la mejor opción al comprar títulos de inversión.

Conceptos importantes

Acciones  
Bonos  
Cotización de títulos con tasa efectiva de rendimiento  
Cuadros de acumulación del descuento y de amortización de la prima  
Cupón y fecha de cupón  
Fechas de emisión, de redención y de compraventa de títulos de inversión  
Obligaciones quirografaria, fiduciaria e hipotecaria  
Prima y descuento en la compraventa de obligaciones y bonos

Redención a la par, con descuento y con prima de las obligaciones y los bonos  
Tasa de rendimiento aproximada  
Tasa efectiva de rendimiento anual y mensual  
Tasas de descuento, de rendimiento y de interés  
Utilidades para el inversionista que adquiere títulos en el mercado de dinero y de capitales  
Valor de compraventa entre fechas de cupón  
Valor de emisión o valor de redención y valor de compraventa de títulos de inversión  
Valor en libros o valor contable de un título de inversión

